

Informations och kodningsteori VT 04.
Inlämningsuppgift nr 3

Obs: Till vissa uppgifter nedan kan det vara bekvämt att använda räknedosor od.; detta är såklart tillåtet, och räknedosor kommer också att vara tillåtna på tentan.

- 1. Låt \mathcal{S} vara källan $\{a, b, c\}$ där alla tre symboler har samma sannolikhet $\frac{1}{3}$. Ange, med motivering, ett positivt heltal n sådant att det finns en prefixfri binär kod \mathcal{C} för källan \mathcal{S}^n vars genomsnittliga ordlängd som kodning av \mathcal{C} är < 1.6 , dvs., $L(\mathcal{C})/n < 1.6$.

- 2. Låt \mathcal{A} och \mathcal{B} vara källor med alfabeten $\{a_1, a_2\}$ och $\{b_1, b_2\}$, respektive. Låt Γ vara en kanal från \mathcal{A} till \mathcal{B} med kanalmatrix

$$\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

Låt a_1, a_2 ha sannolikheterna 0.4, 0.6. Beräkna sannolikheterna för utdata-symbolerna b_1, b_2 , bakåtsannolikheterna Q_{ij} , de binära system-entropierna $H(\mathcal{A}, \mathcal{B})$, $H(\mathcal{A}|\mathcal{B})$, $H(\mathcal{B}|\mathcal{A})$, och informationen $I(\mathcal{A}, \mathcal{B})$.

- 3. Beräkna kapaciteten för kanalen med kanalmatrix $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 4.* Låt \mathcal{S} vara en källa med alfabete $\{a, b\}$ och sannolikheter 0.25, 0.75. Använd källkodningssatsen för att ange den optimala medelordlängden H för en binär kodning av \mathcal{S} .

Antag nu istället att \mathcal{S} är av "generell" typ, dvs symbolerna X_1, X_2, X_3, \dots som \mathcal{S} sänder ut är inte oberoende. Vi antar som förut att

$$\text{slh}(X_j = a) = 0.25 \quad \text{och} \quad \text{slh}(X_j = b) = 0.75 \quad \text{för alla } j,$$

och dessutom:

$$\text{slh}(X_j = a \mid X_{j-1} = a) = 0.7 \quad \text{för alla } j \geq 2.$$

- (a) Bevisa att det då måste gälla $\text{slh}(X_j = b \mid X_{j-1} = a) = 0.3$, $\text{slh}(X_j = a \mid X_{j-1} = b) = 0.1$, $\text{slh}(X_j = b \mid X_{j-1} = b) = 0.9$, för alla $j \geq 2$.

- (b) Beskriv någon metod för entydig kodning med medelordlängd $< H$ av en källa \mathcal{S} som i (a). (Här är H den ovan uträknade optimala medelordlängden för fallet då X_1, X_2, \dots är oberoende.)

Inlämnas senast: 29 april, före lektionen. (Lösningarna kan även lämnas på föreläsningarna, eller i mitt postfack, tredje våningen hus 3 på Polacksbacken.)