

## Informations- och kodningsteori: Tenta 2003-06-03

**Skrivtid:** 9-14

**Hjälpmedel:** Miniräknare, läroboken samt egna anteckningar.

- 1.) För ett givet källalfabet  $S$  och kodalfabet  $T$  definiera entydigt deko­derbara resp. prefixfria (=instantaneous) koder och jämför dem m.a.p. ord­längder och deko­dering!
- 2.) Finns det en prefixfri ternär kod med ord­längderna  $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$ ? I så fall ange en sådan kod!
- 3.) Låt  $S$  vara en källa med 5 källsymboler och sannolikheter  $0.4, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1$ . Bestäm den binära entropin  $H(S)$  och den genomsnittliga ord­längden till en (binär) optimal kod och en (binär) Shannon-Fano-kod till  $S$ !
- 4.) Låt  $S$  vara en källa med källsymboler  $s_1, \dots, s_6$  med sannolikheterna  $0.3, 0.2, 0.15, 0.15, 0.1, 0.1$ . Beräkna den binära entropin  $H(S)$  och den genomsnittliga ord­längden till en optimal binär kod för  $S$ . Ange alla kodord i en sådan kod!
- 5.) Förklara vad en linjär kod är för någonting! Definiera minimaldistansen till en kod och hur den kan beräknas för linjära koder! Visa detta!
- 6.) Låt  $F := F_5$ . Bestäm en kontrollmatris  $H \in F^{2,6}$  och en genererande matris  $G \in F^{4,6}$  för en Hamming kod  $\mathcal{H}_6 \subset F^6$ .
- 7.) Given en källa  $S$  tillsammans med sannolikheterna till källsymbolerna och ett kodalfabet  $T$  med  $r$  symboler, förklara relationen mellan den  $r$ -nära entropin av  $S$  och den genomsnittliga ord­längden till vissa koder!
- 8.) Låt  $F := F_2$  och  $\mathcal{C} \subset F^{23}$  vara en perfekt kod med 4096 kodord av samma sannolikhet. Beräkna minimaldistansen  $d(\mathcal{C})$ !
- 9.) Visa eller ge ett motexempel till följande påstående: "Låt  $\mathcal{C}$  vara en optimal binär kod till en källa med alfabet  $s_1, \dots, s_q$  och sannolikheterna  $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_q > 0$ , sådant att ord­längderna  $\ell_i := \lambda(\mathcal{C}(s_i))$  uppfyller  $\ell_1 \leq \ell_2 \leq \dots \leq \ell_q$ . Då beror vektorn  $(\ell_1, \dots, \ell_q)$  bara på sannolikheterna  $p_1, \dots, p_q$ ."

**LYCKA TILL!**