

FORMELSAMLING till tentan 27/10-04, Matematik MN2

Standardgränsvärden och serier

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0, \quad \text{för alla } p.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^p} = 0, \quad \text{för alla } p > 0.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \quad \text{är} \quad \begin{cases} \text{divergent} & \text{om } p \leq 1 \\ \text{konvergent} & \text{om } p > 1 \end{cases}$$

Taylorutvecklingar

Taylorpolynomet av grad n till $f(x)$ vid $x = a$:

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n,$$

Lagranges felterm:

$$E_n(t) = \frac{f^{(n+1)}(T)}{(n+1)!}(t-a)^{n+1},$$

där T är något tal mellan a och t .

Taylorutvecklingar som gäller då x är nära 0:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + O(x^{n+1})$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + O(x^{n+1})$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + O(x^{n+1})$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + O(x^{2n+2})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + O(x^{2n+3})$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + O(x^{2n+3})$$

Övrigt

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0