

Algebraiska strukturer, 10hp

Allmän information

Kurslitteratur. *Pierre A. Grillet: Abstract Algebra, Springer Verlag 2007.*

Som komplement använder vi även

Joseph Rotman: Galois Theory, second edition, Springer Verlag 1998.

Kurshemsida. På Studentportalen och även på

<http://www2.math.uu.se/staff/pages/?uname=ernstdie>

finner du all information om kursen i pdf-format.

Undervisningsformer. Undervisning sker i form av 18 föreläsningar och 7 lektioner. På föreläsningarna går vi igenom ny teori och illustrerar denna med exempel. På lektionerna löser vi uppgifter som delats ut en vecka innan.

Tentamen. Kursen avslutas med en skriftlig tentamen som är planerad till torsdag den 15 december. Inga hjälpmedel förutom skrivdon är tillåtna. För plats och tid se tentamensschema på matematikums hemsida www.math.uu.se, där du också bör *anmäla dig till tentan senast 14 dagar innan*.

Betyg. För denna kurs ges betygen U (underkänd), 3 (godkänd), 4 (icke utan beröm godkänd), och 5 (med beröm godkänd). Gränserna för betygen 3, 4, 5 är 18, 25, 32 poäng utav maximalt 40 poäng.

Mål

Efter genomgången kurs förväntas studenten

- känna till, kunna exemplifiera och använda sig av begreppen grupp, isomorfi, homomorfi, undergrupp, restklass, normal undergrupp, kvotgrupp;
- kunna lösa enkla problem som avser dessa begrepp;
- kunna konstruera och upptäcka gruppaktioner på en mängd och känna till de klassiska exemplen på gruppaktioner;
- känna till, kunna exemplifiera och använda begreppen bana, stabilisator, konjugerade element vid problemlösning;
- kunna bevisa och använda Burnsides Lemma;

- känna till Sylowsatserna;
- känna till klassifikationen av ändligt genererade abelska grupper och kunna använda den för problemlösning;
- känna till, kunna exemplifiera och använda begreppen ring, isomorfi, homomorfi, delring, ideal, kvotring, primelement, primideal, inverterbara element, maximalt ideal, huvudideal;
- veta vad en Euklidisk ring är, kunna använda divisionsalgoritmen och känna till beviset för entydig faktorisering i Euklidiska ringar;
- känna till, kunna exemplifiera och använda begreppen kropp, kroppsutvidgning, algebraisk utvidgning, transcendent utvidgning, separabel utvidgning, normal utvidgning;
- känna till klassifikationen av ändliga kroppar, kunna konstruera sådana kroppar och utföra beräkningar i dem;
- känna till och kunna använda Galoisteorins fundamentalsats, kunna bestämma Galoisgruppen för enkla exempel;
- kunna använda formler för lösningen av tredje- och fjärdegradsekvationer och kunna avgöra lösbarheten av en ekvation av högre grad;
- känna till den klassiska teorin om lösbarhet av geometriska konstruktionsproblem;
- kunna redogöra för motsvarande teori.

Innehåll

Begreppet grupp. Isomorfier och homomorfier. Undergrupper och restklasser. Ordning av ett gruppelament, cykliska grupper. Normala undergrupper, kvotgrupper. Gruppaktion på en mängd, bana, stabilisator, konjugation. Lösbara grupper och Sylowsatser. Abelska grupper. Klassifikation av ändligt genererade abelska grupper.

Begreppet ring. Isomorfier och homomorfier. Underring, ideal och kvotring. Inverterbara element, maximala ideal. Irreducibla element, primelement, primideal och huvudideal i en kommutativ ring. Euklidiska ringar. Entydig faktorisering i Euklidiska ringar. Irreducibilitetsskriterier för heltalspolynom.

Begreppet kropp. Automorfgruppen. Ändliga kroppar. Kroppsutvidgningar. Algebraiska och transcendent utvidgningar. Separabla och normala utvidgningar. Galoisgruppen. Galoisteorins fundamentalsats. Lösbarhet av algebraiska ekvationer. Formler för tredje- och fjärdegradsekvationer. Geometriska konstruktionsproblem.