Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich

Civilingenjörsprogrammen IT och STS
Vårterminen 2013
2013-02-01

Linjär algebra II

Första tentamensförberedande uppgiften

Dessa uppgifter utgör extra övningsmaterial inför duggan. De är frivilliga, löses hemma, och lämnas inte in för rättning. Istället går vi igenom dem på räkneövningen den 7 februari.

1. (a) Visa att mängden $S = \{A \in \mathbb{R}^{3\times 3} \mid A^T = A\}$ är ett delrum i $\mathbb{R}^{3\times 3}$.

(b) Finn en bas i S. (Motivera ditt påstående!)

(c) Ange $\dim(S)$.

2. (a) Visa att matriserna

$$B_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \ B_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

bildar en bas $\underline{B} = (B_1, B_2, B_3, B_4)$ i vektorrummet $\mathbb{R}^{2\times 2}$.

(b) Finn koordinatvektorn för matrisen $V = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ i basen $\underline{B}$.

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 8 & 2 & 22 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

(a) Finn en bas i kolonnrummet $K(A)$ bland A:s kolonner.

(b) Ange koordinatkolonnen för A:s femte kolonn i denna bas.

(c) Finn en bas i nollrummet $N(A)$.

(d) Vilken dimension har radrummet $R(A)$?

Var god vänd!

4. Den linjära operatorn f på $\mathbb{R}^3$ ges av

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 - x_3 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

Visa att f beskriver projektionen på ett plan P genom origo. Projektionen sker parallellt med en linje L genom origo. Ange planet P genom en ekvation på punktnormalform, samt linjen L genom en ekvation på parameterform.