Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich

Civilingenjörsprogrammen IT och STS
Vårterminen 2013
2013-02-20

Linjär algebra II

Andra tentamensförberedande uppgiften

Dessa uppgifter utgör extra övningsmaterial inför tentan. De är frivilliga, löses hemma, och lämnas inte in för rättning. Istället går vi igenom dem på räkneövningen den 26 februari.

1. Låt $x = (x_1, x_2, x_3)$ och $y = (y_1, y_2, y_3)$ vara vektorer i $\mathbb{R}^3$. För vilka värden på konstanterna a och b definierar

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 + 2x_2y_2 + 5x_3y_3 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_1y_3 + x_3y_1 + ax_2y_3 + bx_3y_2$$

en inre produkt på $\mathbb{R}^3$?

2. Är det sant att olikheten

$$(2wy + 3xz + wz + xy)^2 \leq (2w^2 + 3x^2 + 2wx)(2y^2 + 3z^2 + 2yz)$$

gäller för alla $w, x, y, z \in \mathbb{R}$? Motivera ditt svar!

3. Konstruera en on-bas i det euklidiska rummet $\mathcal{P}_2$, med inre produkt $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$, genom att tillämpa Gram-Schmidt algoritmen på standardbasen $1, X, X^2$.

4. Det euklidiska rummet $\mathcal{P}_2$, med inre produkt som i uppgift 3, innehåller $\mathcal{P}_1$ som delrum. Finn det kortaste avståndet mellan polynomet X^2 och delrummet $\mathcal{P}_1$, samt det polynom i $\mathcal{P}_1$ som ligger närmast X^2.

5. (a) Låt v och w vara vektorer i ett inre produktrum V, så att $\|v\| = \|w\|$. Beräkna vinkeln mellan $v + w$ och $v - w$.

(b) Illustrera ditt påstående ifall $V = \mathbb{E}^2$ och v, w är icke-proportionella.