Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich
Tomas Johnson

Prov i matematik
Linjär algebra och geometri I, ES1
2007–09–19

Skrivtid: 15.15–17.15. Inga hjälpmedel förutom skrivdon. Lösningarna skall åtföljas av förklarande text. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng.

Del 1

1. Lös systemet

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = b_1 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = b_2 \\ -4x_1 + 7x_2 + 4x_3 = b_3 \end{cases}$$

för följande värden på högerleden b_1, b_2, b_3:

a) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Finn tre tal a_1, a_2, a_3 så att systemet

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = b_1 \\ 3x - y + 5z = b_2 \\ 4x + y + 2z = b_3 \end{cases}$$

är lösbart (dvs har minst en lösning) om och endast om

$$a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0 .$$

Var god vänd!

Del 2

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Finn elementärmatriser E_1, E_2, E_3 så att $E_3 E_2 E_1 A = I$.

b) Skriv A som produkt av elementärmatriser.

4. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$.

a) Beräkna $\det(A)$.

b) Beräkna kofaktormatrisen C till A.

c) Ange adjungatan $\operatorname{adj}(A)$.

d) Ange A^{-1}.

Lycka till!