Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich
Cecilia Holmgren
Jimmy Kungsman

Vårterminen 2009
Civilingenjörsprogrammet X
Gymnasielärarprogrammet
Geokandidatprogrammet
Fristående kurser

Prov i matematik
Linjär algebra och geometri I, 5hp
2009–02–12

Skrivtid: 8.00–10.00. Inga hjälpmedel förutom skrivdon. Lösningarna skall åtföljas av förklarande text. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng.

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + 2z = b_1 \\ -x - 2y + 3z = b_2 \\ 3x - 7y + 4z = b_3 \end{cases}$$

för följande värden på högerleden b_1, b_2, b_3:

a) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}$.

2. Ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 2y + 2z = b_1 \\ -2x + 5y + 2z = b_2 \\ 8x + y + 4z = b_3 \end{cases}$$

är lösbart (dvs har minst en lösning) om och endast om högerleden b_1, b_2, b_3 uppfyller ett villkor av formen

$$k_1 b_1 + k_2 b_2 + k_3 b_3 = 0,$$

för vissa konstanter k_1, k_2, k_3. Finn sådana konstanter k_1, k_2, k_3.

Var god vänd!

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Finn elementärmatriser E_1, E_2, E_3 så att $E_3E_2E_1A = I$.

b) Skriv A^{-1} som produkt av elementärmatriser.

c) Skriv A som produkt av elementärmatriser.

4. Låt $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Beräkna alla minorer M_{ij} till A.

b) Ange kofaktormatrisen C till A.

c) Ange $\det(A)$.

d) Ange adjungatan $\mathrm{adj}(A)$.

e) Ange A^{-1}.

LYCKA TILL!