Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich

Civilingenjörsprogrammen F och W
Kandidatprogrammet i matematik
Vårterminen 2011

Svar på duggan 2011–02–09

1. (a) $U \subset V$ är ett delrum om följande villkor är uppfyllda.

(DR1) $0 \in U$

(DR2) $x, y \in U \Rightarrow x + y \in U$

(DR3) $c \in \mathbb{R},\ x \in U \Rightarrow cx \in U$

(b) U_1 och U_2 är delrum, medan U_3 och U_4 ej är delrum.

2. (a) $\underline{b}$ är en bas i V om $\underline{b}$ är linjärt oberoende och $\underline{b}$ spänner upp V.

(b) Matrisen $B = (b_1|b_2|b_3)$ är inverterbar.

(c) $[v]_{\underline{b}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2x_1 & & & & \\ -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 \\ & - & x_2 & + & x_3 \end{pmatrix}$

3. (a) $\underline{a} = (A_{\bullet 1}, A_{\bullet 2}, A_{\bullet 4})$ är en bas i $K(A)$.

(b) $[A_{\bullet 5}]_{\underline{a}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$

(c) $\dim R(A) = 3$ (d) $\dim N(A) = 2$

4. (a) $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ duger.

(b) $A^{16} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $A^{17} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.