Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich
Cecilia Holmgren
Jimmy Kungsman

Vårterminen 2009
Civilingenjörsprogrammet X
Gymnasielärarprogrammet
Geokandidatprogrammet
Fristående kurser

Linjär algebra och geometri I
Svar på tentamen 2009–03–18

1. $L = \{(-8,0,3,4) + t(-2,1,0,0) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

2. (a) $\det(S) \neq 0$, $\quad S^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$, $\quad$ (b) $X = \frac{1}{4}I$.

3. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}A = I$, exempelvis.

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, exempelvis.

4. A är inte inverterbar omm $x \in \{-3, 1\}$.

5. $d(P,\pi) = 3\sqrt{3}$, $N = (5,5,11)$.

6. (a) $D = (2,2,5)$, exempelvis, $\quad$ (b) $\mathcal{A} = 3\sqrt{3}$, $\quad$ (c) $V = 27$.

7. $A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $\quad S(P) = \left(-\frac{11}{3}, -\frac{40}{3}, -\frac{5}{3}\right)$.

8. (a) Avbildningen f är *linjär*, då alla fyra reellvärda funktioner

$$\begin{cases} y_1 = -x_1 - 3x_2 + x_3 \\ y_2 = x_1 - x_3 \\ y_3 = x_1 - 6x_2 - x_3 \\ y_4 = x_4 \end{cases}$$

ges av linjära ekvationer i variablerna x_1, x_2, x_3, x_4. Avbildningen f är en *operator*, då den avbildar det euklidiska rummet $\mathbb{R}^4$ på sig självt.

(b) $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(c) Operatorn f är inte inverterbar, då dess matris A inte är inverterbar. (Eftersom första kolonnen och tredje kolonnen i A är proportionella, så är $\det(A) = 0$.)

(d) Då operatorn f inte är inverterbar, så är den inte heller injektiv. Svaret på frågan är alltså ja.

(e) Då operatorn f inte är inverterbar, så är den inte heller surjektiv. Svaret på frågan är alltså ja.