Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich

Civilingenjörsprogrammet ES
kandidatprogrammet i matematik
Fristående kurser

Linjär algebra och geometri I
Svar på tentamen 2009–10–19

1. $L = \{(5,0,6,0,7) + s(-2,1,0,0,0) + t(-3,0,-4,1,0) \mid s,t \in \mathbb{R}\}$.

2. $X = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -6 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ är ekvationens entydiga lösning.

3. (a) $\det(A) = 1$. (b) A är inverterbar då $\det(A) \neq 0$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

(d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, exempelvis.

4. (a) A är inte inverterbar omm $x - y + 1 = 0$.

(b) P ligger på L omm $x - y + 1 = 0$. (c) följer direkt av (a) och (b).

5. $\ell = \sqrt{3}$.

6. (a) $n_1 = (1,2,3)$ och $n_2 = (2,3,4)$, exempelvis.

(b) E_1 och E_2 är ej parallella, då n_1 och n_2 ej är proportionella.

(c) $L : (x,y,z) = (-1,1,1) + t(1,-2,1)$, där $t \in \mathbb{R}$.

7. $H = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Operatorn h vänder om riktningen hos varje vektor.

8. (a) Längden av varje vektor är ickenegativ. Triangelolikheten ger $\ell \leq 2$.

(b) $(v + w) \cdot (v - w) = \|v\|^2 - \|w\|^2 = 0$.

(c) $\|v - w\| = \sqrt{4 - \ell^2}$.

(d) $\cos \alpha = \frac{1}{2}\ell^2 - 1$.

(e) $\alpha = 60^{\text{o}}$.