Uppsala universitet — Alla program
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich
Anders Johansson
Walter Mazorchuk
Ryszard Rubinsztein

Linjär algebra och geometri I
Svar på tentamen 2011–08–16

1. Matrisprodukten $\begin{pmatrix} 3a+2c & -2a+2d \\ 3b+3c & -2b+3d \end{pmatrix}$ är lika med enhetsmatrisen omm

$$(a,b,c,d) = \left(2t, 3t-\frac{1}{2}, -3t+\frac{1}{2}, 2t\right), \text{ där } t \in \mathbb{R}.$$

2. (a) En matris $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ kallas inverterbar om det finns en matris $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ så att $AB = I = BA$.

(b) Enhetsmatrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ är inverterbar.

(c) Matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ är inte inverterbar.

(d) Matrisen är inverterbar omm $a \neq 1$. I detta fall är inversen lika med

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a-1} & 0 & \frac{-1}{a-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{a-1} & 0 & \frac{a}{a-1} \end{pmatrix}.$$

3. Ekvationen har ingen (reell) lösning.

4. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, där $t \in \mathbb{R}$.

5. $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\| \overrightarrow{BC} \| = \sqrt{10}$, triangelns area $= \frac{5}{2}$.

6. (v_1, v_2, v_3) är inte en bas i $\mathbb{R}^4$, och $w \in \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$.

7. $[F] = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 9 \\ 2 & -3 & 9 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$.

8. Planen är parallella, eftersom de har samma normalvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dessutom är de olika, då punkten $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ tillhör det andra planet men inte det första.