Uppsala universitet
Matematiska institutionen
Ernst Dieterich
Johannes Alneberg

Civilingenjörsprogrammen STS och X
2010–11–05

# Linjär algebra och geometri I, HT10

## Första tentamensförberedande uppgiften

*Dessa uppgifter har karaktären av äkta tentamensuppgifter och utgör därmed extra övningsmaterial inför duggan eller tentan, utöver de något enklare uppgifter som behandlas på lektionerna. De tentamensförberedande uppgifterna är frivilliga, löses hemma, och lämnas inte in för rättning.*

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - 2y - z = 3 \\ -2x - y - 2z = 4 \\ -x - 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

2. För vilka reella värden på $a$ har ekvationssystemet

$$\begin{cases} w + x + y + z = 1 \\ aw + x + 2y + z = 3 \\ aw + 2x + 2y + 2z = a \\ w + 3x + 3y + az = 2 \end{cases}$$

ingen lösning, exakt en lösning, eller oändligt många lösningar?

3. Lös matrisekvationen $AX = XA$, då $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Låt $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ och $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Finn elementärmatriser $E_1, E_2, E_3$ så att $E_3E_2E_1A = I$.

(b) Skriv $A$ som produkt av elementärmatriser.

# Svar

1. $L=\left\{\left(-\frac{7}{9},-\frac{20}{9},-\frac{1}{9}\right)\right\}$.

2. Ekvationssystemet har $\begin{cases} \text{ingen lösning} & \text{om} \quad a=3 \\ \text{exakt en lösning} & \text{om} \quad a\neq 2 \quad \text{och} \quad a\neq 3 \\ \text{oändligt många lösningar} & \text{om} \quad a=2 \end{cases}$

3. $L=\left\{\left(\begin{array}{ccc} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ d & 0 & e \end{array}\right)\middle|\, a,b,c,d,e\in\mathbb{R}\right\}$.

4. (a) $E_1=\left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$, $E_2=\left(\begin{array}{cc} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{array}\right)$, $E_3=\left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{array}\right)$ duger, exempelvis.

(b) $A=\left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right)\left(\begin{array}{cc} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{array}\right)$, exempelvis.