UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Ryszard Rubinsztein 471-3226

Prov i matematik

DUGGA
Flervariabelanalys,
F1, KandFy och KandMa,
Gylärare
22 mars 2010

Skrivtid: 8.00 – 12.00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar.

1. I en punkt P på ellipsoiden $\mathcal{S}:\ x^2+2y^2+2z^2=1$ lägger man ett tangentplan till ytan $\mathcal{S}$. Det visar sig att tangentplanet går även genom punkterna $(2,0,0)$ och $(0,2,0)$. Finn alla punkter P på ellipsoiden med denna egenskap.

2. Avgör i vilka punkter i $\mathbb{R}^2$ är funktionen $f=f(x,y)$ definierad genom

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{y^2\ln(1+x^2)}{x^2+y^2} & , \qquad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & , \qquad (x,y)=(0,0), \end{cases}$$

kontinuerlig resp. differentierbar.

3. Finn alla stationära punkter till funktionen $f(x,y)=\ln(1+xy)+x^2y-x$ i området $xy>-1$ och avgör deras karaktär.

4. Finn, om de existerar, det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y,z)=x^2y+z$ på ytan $\mathcal{S}:\ x^2+2y^2+2z^2=1$.

5. Beräkna dubbelintegralen

$$I=\iint_D \frac{y^2}{x}\, e^{y^2/x}\,dxdy \quad ,$$

där D är det ändliga område i 1-sta kvadranten av xy-planet som begränsas av de fyra kurvorna $y=x^2$, $y=2x^2$, $xy=1$ och $xy=2$.

V.g.v!

6. Beräkna trippelintegralen

$$I = \iiint_K zy^2 \ dV \quad ,$$

där K är den ändliga kropp i $\mathbb{R}^3$ som begränsas av ytorna $x^2+2y^2-z^2=0$ och $z=x^2+2y^2$.

LYCKA TILL!

Svar till tentamen i DUGGA Flervariabelanalys, F1, KandFy och KandMa, Gylärare 22 mars 2010

1. $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \pm\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$ (två punkter).

2. Kontinuerlig och differentierbar i hela $\mathbb{R}^2$.

3. $P_1 = (0, 1)$ och $P_2 = (-\frac{1}{2}, -2)$ - båda sadelpunkter.

4. $\mathrm{Max}(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ och $\mathrm{Min}(f) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

5. $I = \frac{1}{6}(e^4 - 3e^2 + 2e^1)$.

6. $I = \frac{\pi}{96\sqrt{2}}$.