UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Ryszard Rubinsztein 471-3226

Prov i matematik

DUGGA
Flervariabelanalys,
F1, KandFy1 och KandMa1,
Gylärare
7 mars 2011

Skrivtid: 9.00 – 13.00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar.

1. Låt C vara skärningskurvan mellan ytan $x^2 + xy + y^2 - z^2 = 1$ och ytan $3z^2 - 2y^2 = 3$. Finn alla punkter på kurvan C i vilka tangenten till kurvan är parallell med xy-planet.

2. Avgör i vilka punkter i $\mathbb{R}^2$ är funktionen $f = f(x,y)$ definierad genom

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 \sin^2(y)}{x^2+y^2} \quad , & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 \quad , & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

kontinuerlig resp. differentierbar.

3. Finn alla stationära punkter till funktionen $f(x,y) = (4 + x + y)(1 + xy)$ i området $xy > 0$ och bestäm deras karaktär.

4. Finn, om de existerar, det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y,z) = x^3$ på skärningskurvan mellan ytan $\mathcal{S}_1 : x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 4$ och ytan $\mathcal{S}_2 : x^2 + yz = 1$.

5. Låt D vara det område i xy-planet som ges av olikheterna $x \geq 1$ och $0 \leq y \leq x$. Avgör om den generaliserade integralen

$$I = \iint_D \frac{x-y}{(x^2+y^2)^2}\, dxdy \quad ,$$

är konvergent och, om så är fallet, bestäm dess värde.

V.g.v!

6. Beräkna trippelintegralen

$$I = \iiint_K x^2 \; dV \quad ,$$

där K är kroppen i $\mathbb{R}^3$ som ges av $x^2 + 2y^2 - 2z^2 \leq 1, \;\; -1 \leq z \leq 1\,.$

LYCKA TILL!

Svar till tentamen i DUGGA
Flervariabelanalys,
F1, KandFy1 och KandMa1,
Gylärare 7 mars 2011

1. $(\pm\sqrt{2}, 0, \pm 1)$, $(\sqrt{6}, -2\sqrt{6}, \pm\sqrt{17})$, $(-\sqrt{6}, 2\sqrt{6}, \pm\sqrt{17})$ (8 punkter).

2. Kontinuerlig och differentierbar i hela $\mathbb{R}^2$.

3. $P_1 = (-1, -1)$ är ett strängt lokalt maximum och $P_2 = (-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ är en sadelpunkt.

4. $\mathrm{Max}(f) = \dfrac{16\sqrt{2}}{5\sqrt{5}}$ och $\mathrm{Min}(f) = -\dfrac{16\sqrt{2}}{5\sqrt{5}}$.

5. $I = \dfrac{\pi}{8}$.

6. $I = \dfrac{47\,\pi}{30\sqrt{2}}$.