UPPSALA UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
Ryszard Rubinsztein

Vårterminen 2013

Komplex analys 10hp

för

KandMa2

Kurslitteratur

J.E.Marsden, M.J.Hoffman, *Basic Complex Analysis*, 3-ie upplagan , Freeman, 1999 (eller senare). I kursen ingår kapitel 1-3, kapitel 4: avs.4.1-4.3, kapitel 5 (utan Schwarz-Christoffel transformationer), kapitel 6.

Anders Vretblad: Topologi och konvergens (1997 års upplaga, översedd 2008) (laddas ned från kursens hemsida).

Övningsuppgifter, en problemsamling i Komplex Analys utgiven av Matematiska Institutionen.

Kurshemsida: http://www2.math.uu.se/˜ ryszard

Undervisning sker i form av föreläsningar (26 st) och lektioner (17 st).

Preliminär tidsplan för föreläsningarna

Föreläsning	Avsnitt	
1	1.1–1.3	Komplexa tal, komplexa exponentialfunktionen och komplexa logaritmer
2	1.3	Sinus och cosinus, komplexa potenser
3	1.4	Topologi i $\mathbb{C}$. Gränsvärden och kontinuitet
4-5	1.4	Kompakthet, likformig kontinuitet, sammanhang
6	1.5–1.6	Derivatan, analytiska funktioner, Cauchy-Riemanns ekvationer, harmoniska funtioner. Derivering av elementära funktioner
7	5.1–5.2	Konforma avbildningar, Riemannsfären, Möbiusavbildningar
8	5.2	Möbiusavbildningar (forts), konforma standardavbildningar
9	5.3	Dirichlets problem
10	2.1	Integraler
11-12	2.2–2.3	Cauchys integralsats
13	2.4	Cauchys integralformel
14	2.4–2.5	Konsekvenser av Cauchys sats: Moreras och Liouvilles satser, maximumprincipen
15	3.1	Funktionsföljder och funktionsserier, likformig konvergens
16	3.1–3.2	Likformig konvergens av analytiska funktioner, potensserier
17	3.2–3.3	Taylors formel, Laurentserier
18	3.2–3.3	Nollställen och isolerade singulariteter
19	4.1–4.2	Residysatsen och residykalkyl
20-21	4.3	Integralberäkning med hjälp av residykalkyl
22	6.2	Argumentprincipen, Rouchés sats
23	6.3	Avbildningsegenskaper hos analytiska funktioner
24-25		Normala familier av analytiska funktioner, Riemanns avbildningssats
26		Repetition

Preliminär plan för lektionerna

Under lektionerna behandlas främst problem ur problemsamlingen. Övningarna i nedanstående uppräkning är hämtade från denna såvida inte annat anges. En del uppgigfter i topologi är hämtade ur kompendiet **Anders Vretblad**: Topologi och konvergens (1997 års upplaga, översedd 2008) (kan laddas ned från kursens hemsida). Kompendiet betecknas nedan med **V**.

1. Komplexa tal, topologi, elementära funktioner
   A 2, 3, 4, 5. B 1 - 5, 7, 10, 11, 16, 17.
2. Gränsvärden, kontinuitet, hopningspunkter
   B 12. Övningarna 2.1(a), 2.2(b)(d)(e)(g), 2.5, 2.6(a)(d), 2.8, 3.1, 3.3, 3.4 i **V**.
3. Derivator, analytiska och harmoniska funktioner
   C 1, 6, 9, 10, 13, 14, 15.
4. Möbiusavbildningar
   D 3, 6, 7, 8, 17, 21, 24.
5. Möbiusavbildningar (forts), konforma avbildningar
   D 15, 19, 27, 31, 32.
6. Konforma avbildningar (forts), Dirichlets problem
   E 1, 2, 5, 7. (Obs: i uppgifterna E 1 och E 2 antas att funktionen u är **begränsad** i det givna området.)
7. Integration, Cauchys sats och integralformel
   F 4, 5, 6, 8, 9, 23, 25.
8. Konsekvenser av Cauchys integralformel
   F 10, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21.
9. Likformig konvergens
   H 2, 7, 8, 9. Övningarna 4.5 a,e,g, 4.11, 4.12, 4.13 i **V**.
10. Potensserier, Taylors formel, Laurentserier
    I 2a, 2c, 3, 5, 6, 8, 10, 11. L 1, 13, 17 (Obs: beräkningarna i L 17 görs enklast med hjälp av residykalkyl).
11. Nollställen, singulariteter
    K 1a, 1b, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11. L 3, 8, 18.

12-13. Residysatsen, residykalkyl
L 17, 19. M 2, 4, 6, 11b, 11c.

14-15. Integralberäkning
M 9a, 9c, 9d, 9e, 10b, 11g.

16. Argumentprincipen, Rouchés sats
    N 2b, 3b, 5, 6, 7, 12.
17. Repetition.

Inlämningsuppgifter

Under kursens gång kommer inlämningsuppgifter att delas ut. Lösningarna skall vara prydligt skrivna för hand. Om 40% resp. 70% av inlämningsuppgifterna är korrekt lösta får man 1 resp. 2 bonuspoäng. Dessa kommer att adderas till skrivningspoängen vid ordinarie tentamen.

Examination

Under kursens gång kommer en (frvillig) kontrollskrivning (dugga) att äga rum. På såväl denna som på sluttentamen kan man få maximum 40 poäng. Betygsalgoritmen ser ut som följer. Låt X vara resultatet på duggan, Y resultatet på sluttentan och sätt

$$Z = (2X + 3Y)/5\ .$$

Låt S vara det största av talen Y och Z och låt T vara summan av S och bonuspoängen från inlämningsuppgifterna. För betyget 3, 4 och 5 krävs $T \geq 18$, $T \geq 25$ resp. $T \geq 32$.

Resultatet från duggan samt bonuspoängen från inlämningsuppgifterna tillgodoräknas enbart vid det första tentamenstillfället.

Mål

För godkänt betyg på kursen skall studenten

- kunna redogöra för begreppen analytisk funktion och harmonisk funktion samt för betydelsen av Cauchy-Riemanns ekvationer;
- kunna redogöra för begreppet konform avbildning och dess samband med analytiska funktioner samt känna till de elementära funktionernas avbildningsegenskaper;
- kunna redogöra för Möbiusavbildningar och deras avbildningsegenskaper samt kunna använda dem för konforma avbildningar;
- känna till definitionen av och kunna beräkna komplexa konturintegraler;
- känna till och kunna använda Cauchys integralsats och integralformler samt några av dessas konsekvenser;
- kunna analysera enkla funktionsföljder och funktionsserier med avseende på likformig konvergens, kunna redogöra för potensseriers konvergensegenskaper samt kunna utveckla analytiska funktioner i Taylor- eller Laurentserier i ett givet område;
- känna till grundläggande egenskaper hos analytiska funktioners singulariteter, kunna bestämma nollställens och polers ordning samt beräkna residuer och använda residuteknik för beräkning av integraler;
- kunna bestämma antalet rötter till enkla ekvationer i ett givet område;
- kunna formulera viktigare resultat och satser inom kursens område och kunna beskriva huvuddragen i viktigare satsers bevis;
- kunna använda kursens teori, metoder och tekniker för att lösa matematiska problem;
- kunna presentera matematiska resonemang för andra.

Uppsala, den 10 januari 2013.

Ryszard Rubinsztein