

Dugga - Linjär algebra och geometri I

*Skrivtid: 08.00–10.00. Inga hjälpmedel. Lösningarna skall åtföljas av förklarande text.
Varje uppgift ger maximalt 5 poäng.*

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 3. \end{cases}$$

Svar: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (3 + t - s, -1 - t, t, s)$

2. För vilka värden på den reella konstanten a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + y + az = 7 \\ x + y + 2z = 3 \\ 2x + 5y + 7z = a \end{cases}$$

oändligt många lösningar? Finns det något a för vilket ekvationssystemet saknar lösning?

Svar: Systemet har ∞ många lösningar för $a = 3$ och har unik lösning för övriga a .

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestäm A^{-1} .
(b) Lös matrisekvationen

$$XA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Svar: (a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $X = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

4. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & x & 1 \\ x & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Svar: $x = 0$ eller $x = 1$.