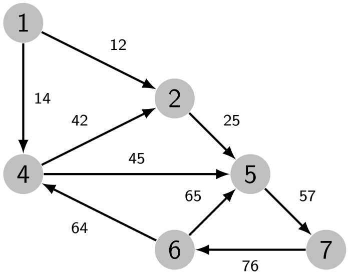
Kirchhoffs lagar

September 13, 2010

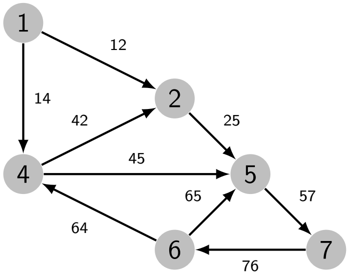
Riktade grafer $G = (V, E)$ beskrivs av randoperatorn



En (riktad) graf med *hörnen* $V = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ och *kanterna*

$$E = \{12, 14, 42, 45, 25, 57, 76, 64, 65\}.$$

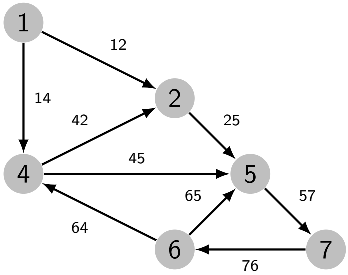
Riktade grafer $G = (V, E)$ beskrivs av randoperatorn



En (riktad) graf med *hörnen* $V = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ och *kanterna*

$$E = \{12, 14, 42, 45, 25, 57, 76, 64, 65\}.$$

Riktade grafer $G = (V, E)$ beskrivs av randoperatorn



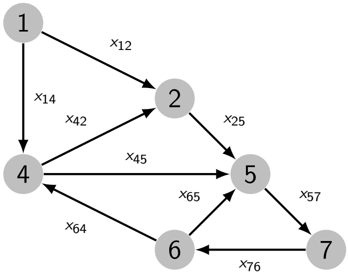
En (riktad) graf med *hörnen* $V = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ och *kanterna*

$$E = \{12, 14, 42, 45, 25, 57, 76, 64, 65\}.$$

Grafen beskrivs entydigt av matrisen D (rand-operatorn).

$$D := \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{V \times E}$$

Riktade grafer $G = (V, E)$ beskrivs av randoperatorn



Om $x \in \mathbb{R}^E$ är en kant-vektor, så ges $(Dx)_i$, $i \in V$, av uttrycket

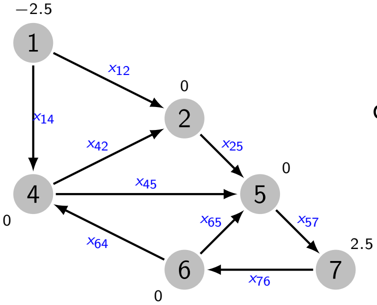
$$\sum_{ji} x_{ji} - \sum_{ij} x_{ij},$$

vilket kan utläsas

$$= (\text{inflöde vid } i) - (\text{utflöde vid } i).$$

$$Dx = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{14} \\ x_{42} \\ x_{45} \\ x_{25} \\ x_{57} \\ x_{76} \\ x_{64} \\ x_{65} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_{12} - x_{14} \\ x_{12} + x_{42} - x_{25} \\ x_{14} + x_{64} - x_{42} - x_{45} \\ x_{25} + x_{45} + x_{65} - x_{57} \\ x_{76} - x_{64} - x_{65} \\ x_{57} - x_{76} \end{pmatrix}$$

Flöden beskrivs av matrisekvationen $Dx = b$

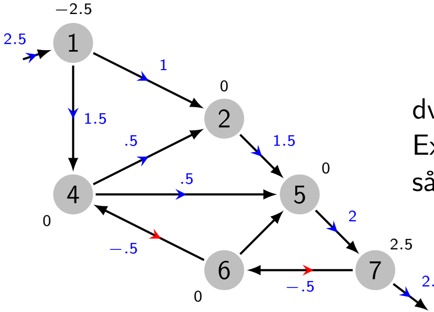


Givet en vektor $b \in \mathbb{R}^V$. En vektor $x \in \mathbb{R}^E$ vara ett (b-)flöde om

$$Dx = b,$$

dvs, om netto inflödet vid i är b_i.

Flöden beskrivs av matrisekvationen $Dx = b$



Givet en vektor $b \in \mathbb{R}^V$. En vektor $x \in \mathbb{R}^E$ vara ett (b-)flöde om

$$Dx = b,$$

dvs, om netto inflödet vid i är b_i. Exempelvis, den angivna vektorn x ett sådant flöde.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ .5 \\ .5 \\ 1.5 \\ 2 \\ -.5 \\ -.4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2.5 \end{bmatrix}.$$