

Informations- och kodningsteori: Övningstenta, vt 2004

Skrivtid: 5 timmar (för realistisk övning...)

Hjälpmedel:

Miniräknare, läroboken, utdelade stenciler, egna anteckningar.

- 1. Betrakta följderna $(1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4)$, $(1, 2, 2, 2, 5, 5, 5, \dots, 5)$ (totalt 28 stycken 5or) och $(1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5)$. Vilka av dessa kan beskriva ordlängderna till någon ternär prefixfri kod? Ange en sådan kod i varje fall då det är möjligt!
- 2. Låt \mathcal{S} vara en källa med 6 källsymboler med sannolikheter 0.5, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05, 0.05. Beräkna den binära entropin $H_2(\mathcal{S})$ och medelordlängden i en optimal binär kod för \mathcal{S} . Ange alla kodorden i en sådan kod!
- 3. Visa (t.ex. med hjälp av Sardinas-Pattersons sats) att koden $\mathcal{C} = \{01, 011, 10, 12, 211\}$ är entydigt avkoderbar.
- 4. Låt \mathcal{C} vara den linjära koden över \mathbb{Z}_5 som har paritets-checks-matris

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Ange \mathcal{C} 's dimension, dess hastighet (dvs "rate"), och en generatormatris för \mathcal{C} . Ange även \mathcal{C} 's minimalavstånd.

- 5. Låt \mathcal{A} och \mathcal{B} vara källor med alfabeten $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ och $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, respektive. Låt Γ vara en kanal från \mathcal{A} till \mathcal{B} med kanalmatris

$$\begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix}$$

Låt a_1, a_2, a_3 ha sannolikheterna 0.6, 0.2, 0.2. Bestäm ideala observatörsregeln $\Delta : B \rightarrow A$ och dess felsannolikhet och maximala felsannolikhet. Bestäm även maximala sannolikhetsregeln $\Delta : B \rightarrow A$ och dess felsannolikhet och maximala felsannolikhet.

- 6. Ange en kontrollmatris och en generatormatris till den binära Hammingkoden av längd 7. Bestäm restklassledare och deras syndromer! Syndrom-avkoder sedan följande ord:

$$(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1), \quad (0, 1, 1, 1, 0, 1, 1), \quad (0, 1, 1, 1, 1, 1, 1).$$

Var god vänd!

- 7. Låt Γ vara kanalen med kanalmatrix $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$, inkälla \mathcal{A} och utkälla \mathcal{B} . Beräkna informationen $I(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ om inkällan \mathcal{A} har sannolikhetsfördelning 0.1, 0.9. Beräkna också kapaciteten för kanalen Γ .
- 8. Visa att för varje perfekt kod \mathcal{C} gäller att minimalavståndet $d(\mathcal{C})$ är udda.

LYCKA TILL!