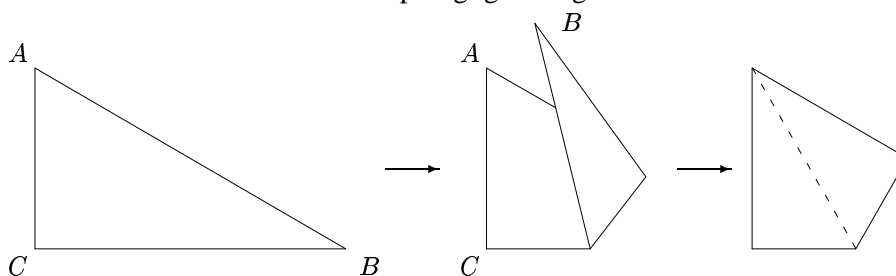


SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING

Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 6 oktober 1999

1. Man vet att andelen ljushåriga bland dem som har blå ögon är större än andelen ljushåriga av hela befolkningen. Måste då andelen med blå ögon av de ljushåriga vara större än andelen med blå ögon av hela befolkningen?
2. Man klipper ut en rätvinklig triangel ABC i papper. Den räta vinkeln är vid hörnet C och vi har $|BC| > |AC|$. Man viker sedan denna triangel så att B hamnar vid A . Då bildas en fyrhörning, med ena diagonalen markerad av vad som förut var en del av kateten BC . De två områden som denna diagonal avskiljer visar sig ha samma area. Bestäm vinkeln ABC i den ursprungliga triangeln.



3. För vilka tal $a \geq 0$ har ekvationen $\sqrt{x} + a = x + \sqrt{a}$ två skilda reella rötter?
4. Anna, Bertil och Cilla färdas i var sin bil, var och en med konstant hastighet, längs E4-an söderut från Stockholm. Cilla startar först, därefter Bertil och Anna sist. Anna kör dock fortare än de övriga, medan Cilla är långsammast. Kl 12.00 blir Bertil omkörd av Anna och kl 12.30 blir Cilla omkörd av Bertil. Något senare tar Anna en kvarts paus i Nyköpingsbro. När 5 minuter av pausen har gått passerar Bertil i sin bil och efter ytterligare 5 minuter passerar Cilla. När pausen är slut ger sig Anna av och hinner ifatt Cilla efter 10 minuters körning. Vad är klockan när Anna hinner ifatt Bertil?

Anm. Den tid, som Anna behöver för att sakta in och stanna sin bil i Nyköpingsbro samt att åter sätta fart och komma upp i sin marschhastighet, är inräknad i den kvart, som är avsatt för paus, varför vi kan bortse från denna tid vid beräkningarna.

5. Visa att bland 18 konsekutiva (dvs på varandra följande) tresiffriga tal finns minst ett som är delbart med sin siffersumma.
6. Ett rutnät består av 1999 rader och 1999 kolumner. Är det möjligt att placera ut talen 0, 1 och 2 i rutorna på sådant sätt att talsummorna i alla rader och i alla kolumner är precis talen 1, 2, ..., 3998? Är det möjligt att få precis talsummorna 1, 2, ..., 4000 om man har ett rutnät med 2000 rader och 2000 kolumner med talen 0, 1 och 2 i rutorna?

Skrivtid: 5 timmar

Miniräknare är *inte* tillåtna!