

SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska Matematikersamfundet

Finaltävling i Stockholm den 23 november 2002

1. Runt en cirkel är 268 tal skrivna. Summan av 20 på varandra följande tal är alltid lika med 75. På plats 17 finns talet 3, på plats 83 finns talet 4 och på plats 144 finns talet 9. Vilket tal finns på plats 210?
2. Agnes, Blenda och Cecilia från Vinterby planerar en söndagsutflykt till marknaden i Vårköping som ligger 62 km från Vinterby. De förfogar över en gammal vespa som utöver föraren kan ta en passagerare och som kan köra 50 km/h (oberoende om det finns en passagerare eller inte). Till fots kan var och en gå med hastigheten 5 km/h. Agnes, Blenda och Cecilia lämnar Vinterby kl 8.00 på morgonen. Kan alla tre hinna till marknaden före kl 11.00?
3. I xy -planet drar vi cirkeln med medelpunkt i punkten $(0,1)$ och radie 1. Vi drar också parabeln $y = ax^2$ för någon positiv konstant a . Observera att både cirkeln och parabeln går genom origo. För vilka värden på a gäller det att cirkeln och parabeln skär varandra i ytterligare en eller flera punkter?
4. För vilka heltal $k \geq 8$ är $k^{\frac{1}{k-7}}$ ett heltal?
5. För de reella talen α och β gäller

$$\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha - 17 = 0 \quad \text{och} \quad \beta^3 - 3\beta^2 + 5\beta + 11 = 0.$$

Bestäm $\alpha + \beta$.

6. En tetraeder är inskriven i ett klot med radien 2 (dvs tetraederns hörn ligger på klotytan). Fem av tetraederns kanter har längden 3. Bestäm längden av den sjätte kanten.

Skrivtid: 5 timmar

Miniräknare är *inte* tillåtna!