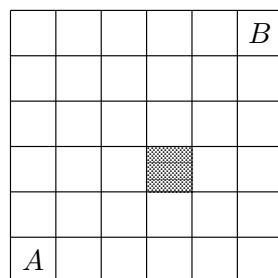


SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 29 september 2009

1. Visa att talet 2009 kan skrivas som summan av 17 positiva heltal som endast innehåller siffran 7 och ange alla sådana framställningar. Två framställningar som skiljer sig enbart beträffande termernas ordning räknas bara en gång.
2. Tre bilar körs var sin sträcka. Sträckornas längder utgör en aritmetisk talföljd. Man noterar att detsamma gäller även för tiderna och medelhastigheterna (i samma ordning). Visa att antingen tiderna eller medelhastigheterna är lika.
Anm. Talen a , b och c bildar en aritmetisk talföljd om $b - a = c - b$.
3. En pjäs befinner sig i rutan A och ska flyttas till rutan B i nedanstående figur. Hur många olika vägar finns det om pjäsen endast får röra sig i riktningarna höger och uppåt och dessutom inte får passera igenom den skuggade rutan?



4. Bestäm alla positiva heltalslösningar till ekvationen

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{101}.$$

5. Bestäm de reella tal $x \geq 0$ som uppfyller

$$\lfloor x \lfloor x \rfloor \rfloor = \lceil x \lceil x \rceil \rceil.$$

För ett godtyckligt reellt tal a betecknar $\lfloor a \rfloor$ det största heltal som är mindre än eller lika med a och $\lceil a \rceil$ betecknar det minsta heltal som är större än eller lika med a .

6. Tre cylindriska stålbehållare med radier 1, 2 och 3 dm står packade tätt intill varandra. Hur stor radie kan en cylindrisk termometerstav ha för att man ska kunna sticka in den mellan de tre behållarna?

Skrivtid: 5 timmar

Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!

Om några dagar kommer lösningarna att finnas utlagda på nätet under adress www.math.uu.se/~dag/skolornas.html