SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 3 oktober 2001

1. Förenkla uttrycket

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\,\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\,\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\,\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

så långt som möjligt och visa att det är lika med 1.

2. Under en klassfest dansade man bara pardanser. Varje gång en pojke bjöd upp en flicka för första gången gav han henne en blomma. En av flickorna fick 5 blommor, en annan 6 blommor, en tredje 7, osv. Totalt fick flickorna 200 blommor. Den flicka som fick flest blommor dansade med alla pojkar utom tre. Hur många pojkar deltog i festen?

3. Givet är en rätvinklig triangel där kateterna har längderna a och b och hypotenusan har längden c. Visa att
$$a^{2001}+b^{2001}<c^{2001}.$$

4. I en triangel har två av sidorna längden 1. Bestäm längden av triangelns tredje sida så att den inskrivna cirkelns radie blir så stor som möjligt.

5. Låt a, b och c vara positiva heltal. Bestäm det minsta möjliga värdet av
$$(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$$
om $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=218$.

6. Finns det ett positivt heltal vars kub har formen $ababab1$ i talsystemet med basen 10, där siffran a är skild från 0?

Skrivtid: 5 timmar

Miniräknare är *inte* tillåtna!

Om några dagar kommer lösningarna att finnas utlagda på nätet under adress
www.math.uu.se/~dag/skolornas.html