

EXEMPEL 22.3

Låt oss försöka uppskatta antalet kollisioner som en diffunderande lysozymmolekyl utsätts för under en sekund. En partikel har vid absolut temperatur T i genomsnitt rörelseenergin

$$\frac{RT}{2N_A},$$

där $R = 8,3144621 \text{ J}(\text{mol K})^{-1}$ är den allmänna gaskonstanten och $N_A = 6,02214179 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ är Avogadros konstant. Om partikelns massa är m kg och dess hastighet är v m/s, så är å andra sidan rörelseenergin $\frac{1}{2}mv^2$. Partikelns hastighet fluktuerar måhända, men i genomsnitt över tiden och för en uppsättning likadana partiklar är $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{RT}{2N_A}$, och härifrån får vi medelkvadrathastigheten

$$v^2 = \frac{RT}{mN_A}.$$

För att uttrycka oss lite mer precist bör vi uppfatta partikelns hastighet som en stokastisk variabel v med en viss sannolikhetsfördelning, och det är väntevärdet $E[v^2]$ som är lika med $\frac{RT}{mN_A}$. För ett stort antal partiklar blir förstuds medelvärdet lika med väntevärdet enligt stora talens lag.

Anta nu att det går τ sekunder mellan varje kollision och att partikeln under den tiden förflyttas δ meter. Medelhastigheten v blir då lika med δ/τ , och uttryckt med hjälp av diffusionskonstanten $D = \delta^2/2\tau$ får vi ekvationen

$$\frac{D}{\tau} = \frac{\delta^2}{2\tau^2} = \frac{1}{2}v^2 = \frac{RT}{2mN_A}.$$

Följaktligen är

$$\frac{1}{\tau} = \frac{RT}{2mN_A D},$$

och detta är antalet kollisioner per sekund.

Enzymet lysozym har molekylmassan $1,4 \cdot 10^4$ g. Detta är massan hos en mol och varje mol består av N_A molekyler. Detta betyder att varje molekyl har massan $m = 14/N_A$ kg. Diffusionskonstanten D för lysozym är $1,17 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$. Vid en temperatur av 37° C , dvs. ca 310 K , får vi därför

$$\frac{1}{\tau} = \frac{8,31 \cdot 310}{2 \cdot 14 \cdot 1,17 \cdot 10^{-10}} \approx 10^{12}.$$

Detta ger uppskattningen 10^{12} för antalet kollisioner per sekund.

Tabeller

Tabell 1. Normalfördelningens kvantiler z_α

Tabellen ger z_α för $\alpha \leq 0,5$, där z_α definieras av att $\Phi(z_\alpha) = 1 - \alpha$, eller ekvivalent att $P(X > z_\alpha) = \alpha$ då $X \sim N(0, 1)$.

För $\alpha > 0,5$ utnyttjas att $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$.

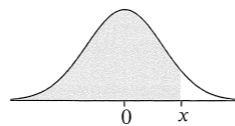
α	z_α
0,50	0,000000
0,40	0,253347
0,30	0,524401
0,25	0,674490
0,20	0,841621
0,15	1,036433
0,10	1,281552
0,05	1,644854
0,025	1,959964
0,010	2,326348
0,005	2,575829
0,001	3,090232
0,0005	3,290527
0,0001	3,719016
0,00005	3,890592



Figur 1. Arean till höger om z_α är α , och arean mellan $-z_\alpha/2$ och $z_\alpha/2$ är $1 - \alpha$.

Tabell 2. Normalfördelningens fördelningsfunktion $\Phi(x)$ Tabellen ger $\Phi(x) = \Pr(X \leq x)$ då $X \sim N(0, 1)$ för $0 \leq x \leq 3,09$.För $x \leq 0$ utnyttjas att $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,0	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

**Figur 2.** Arean till vänster om x är $\Phi(x)$.**Tabell 3.** t -fördelningens kvantiler $t_{n,\alpha}$

$n \backslash \alpha$	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
1	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	318,3088	636,6192
2	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	22,3271	31,5991
3	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	1,2145	12,9240
4	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	7,1732	8,6103
5	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	5,8934	6,8688
6	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,2076	5,9588
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	4,7853	5,4079
8	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	4,5008	5,0413
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,2968	4,7809
10	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,1437	4,5869
11	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,0247	4,4370
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	3,9296	4,3178
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	3,8520	4,2208
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	3,7874	4,1405
15	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	3,7328	4,0728
16	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	3,6862	4,0150
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,6458	3,9651
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,6105	3,9216
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,5794	3,8834
20	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,5518	3,8495
21	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,5272	3,8193
22	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,5050	3,7921
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,4850	3,7676
24	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,4668	3,7454
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,4502	3,7251
26	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,4350	3,7066
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,4210	3,6896
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,4082	3,6739
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,3962	3,6594
30	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,3852	3,6460
35	1,3062	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238	3,3400	3,5911
40	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,3069	3,5510
45	1,3006	1,6794	2,0141	2,4121	2,6896	3,2815	3,5203
50	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,2614	3,4960
60	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,2317	3,4602
70	1,2938	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479	3,2108	3,4350
80	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,1953	3,4163
100	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,1737	3,3905
120	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,1595	3,3735
∞	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,0902	3,2905

