

Redovisningsuppgift 5

Uppgifterna redovisas vid lektion 5, dvs måndag den 11 maj.

1. Låt A vara mängden av alla udda naturliga tal.
Låt B vara mängden av alla naturliga tal x sådana att $x \equiv 3 \pmod{4}$.
Konstruera en bijektiv funktion $F : A \longrightarrow B$.
2. Låt $\mathbf{Z}_+$ beteckna de positiva heltalen. Låt $C = \{q \in \mathbf{Q} : 0 \leq q \leq 1\}$.
 - (a) Konstruera en injektiv funktion $i : \mathbf{Z}_+ \longrightarrow C$.
 - (b) Konstruera en surjektiv funktion $s : C \longrightarrow \mathbf{Z}_+$.

Redovisningsuppgift 6

Uppgifterna redovisas vid lektion 6, dvs torsdag den 14 maj.

1. Talföljden $a_0, a_1, a_2, \dots$ definieras rekursivt av att $a_0 = 3$ och $a_{n+1} = 2a_n - 1$.
Visa att $a_n = 2^{n+1} + 1$ för alla heltal $n \geq 0$.
2. (i) För vilka heltal gäller olikheten $(n+1)^2 > 2(n+2)$?
(ii) Bevisa med induktion att $n! > (n+1)2^n$ för alla naturliga tal $n \geq 6$.

Redovisningsuppgift 7

Uppgifterna redovisas vid lektion 7, dvs tisdag den 19 maj.

1. Polynomet $f(x)$ ger resten 2 vid division med $x + 1$ och resten 5 vid division med $x - 2$. Vilken rest ger $f(x)$ vid division med $(x + 1)(x - 2)$?
2. Bestäm alla SGD till $f(x)$ och $g(x)$, där $f(x) = x^4 + x^3 - 10x^2 - 4x + 24$ och $g(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$. Förkorta därefter bråket

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

så långt som möjligt.

Redovisningsuppgift 8

Uppgifterna redovisas vid lektion 8, dvs tisdag den 26 maj.

1. Ekvationen

$$z^4 - 12z^3 + 86z^2 - 300z + 625 = 0.$$

har multipla rötter. Lös ekvationen.

2. Ekvationen $x^3 + ax + 6 = 0$, där a är ett reellt tal, har en komplex rot med realdel 1. Lös ekvationen.