

Zermelo-Fraenkels axiom för mängdlära, ZFC

1. *Extensionalitetetsaxiomet*

Två mängder är lika om de har samma element.

$$\forall x \forall y (\forall z (z \in x \iff z \in y) \longrightarrow x = y)$$

2. *Regularitetsaxiomet*

Varje mängd x som inte är tom innehåller en mängd som inte skär mängden x .

$$\forall x (\exists y (y \in x) \longrightarrow \exists y (y \in x \wedge \neg \exists z (z \in y \wedge z \in x)))$$

3. *Delmängdsaxiomet*

Om z är en mängd och φ är en egenskap som element i z kan uppfylla, så finns det en mängd som innehåller de element i z som uppfyller egenskapen φ , dvs $\{x \in z : \varphi(x)\}$ är en mängd.

4. *Paraxiomet*

Om a och b är två mängder, så finns en mängd som endast innehåller a och b , dvs $\{a, b\}$ är en mängd.

$$\forall x \forall y \exists z \forall w (w \in z \iff w = x \vee w = y)$$

5. *Unionsaxiomet*

Om a är en mängd, så finns det en mängd vars element är precis elementen i elementen i a .

$$\forall x \exists y \forall z (z \in y \iff \exists w (w \in x \wedge z \in w))$$

6. *Replacement axiom*

Om a är en mängd, och om f är en funktion som är definierad för alla $x \in a$ (dvs $f(x)$ är en mängd för varje $x \in a$), så är bilden, $\{f(x) : x \in a\}$ också en mängd.

7. *Oändlighetsaxiomet*

Det finns en oändlig mängd.

$$\exists x (\emptyset \in x \wedge \forall y (y \in x \longrightarrow S(y) \in x))$$

Här är $S(y)$ en förkortning av $y \cup \{y\}$.

8. *Potensmängdsaxiomet*

Om a är en mängd, så är klassen av alla delmängder till a också en mängd (vanligen kallad potensmängden av a , notation $\mathcal{P}(a)$).

$$\forall x \exists y \forall z (z \subseteq x \longrightarrow z \in y)$$

Här är $z \subseteq x$ en förkortning av $\forall w (w \in z \longrightarrow w \in x)$.

9. *Urvalsaxiomet, AC* (axiom of choice)

Om X är en mängd av icke-tomma mängder, säg $X = \{x_i : i \in I\}$ för någon indexmängd I , så finns en funktion f som väljer ett element ur varje x_i . För varje $i \in I$ är alltså $f(i) \in x_i$.