UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
I. Sigstam

Prov i matematik
KandMa, Lärar, Frist
Baskurs i matematik
2010–10–08

Skrivtid: 8.00 – 13.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. Varje uppgift är värd 5 poäng. För betygen 3, 4, 5 krävs minst 18, 25 resp 32 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. LÖSNINGARNA SKALL INNEHÅLLA FÖRKLARANDE TEXT.

1. Lös olikheten $1 < \dfrac{2x-7}{x+1} \leq 3.$

2. Lös ekvationen $\left(e^{3x}-e\right)\Big(\ln(3x+6)-2\ln(x+2)\Big)=0.$

3. Använd induktion för att visa att

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{2-k}{2^k} = 2 + \frac{n}{2^n}$$

för alla naturliga tal n.

4. (a) Finn ett uttryck a_k och ett tal n så att summan $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ blir

$$-7-3+1+5+9+13+17.$$

(b) Beräkna värdet av den geometriska summan $\displaystyle\sum_{p=0}^{10} 2\left(\frac{1}{3}\right)^p.$

5. Ange belopp och argument för talet

$$\frac{-4i(6+i\sqrt{12})}{(\sqrt{3}-3i)(1+i)}$$

samt skriv talet på polär form.

6. Lös ekvationen $\cos 2x + 3\cos x = 1$.

7. Bestäm termen som innehåller x^{31} i utvecklingen av $\left(x^2-\dfrac{3}{x}\right)^{17}$. Ditt svar skall räknas ut!

8. Ekvationen $2z^4+2z^3-11z^2+z-6=0$ har en rot på formen $z=ai$, där $a \in \mathbf{R}$.
Lös ekvationen.

LYCKA TILL!!

Svar till tentamen i Baskurs i matematik 2010–10–08

1. SVAR: $x \leq -10$ eller $x > 8$.

2. SVAR: $x = \dfrac{1}{3}$ eller $x = 1$.

3. Gör bas, induktionsantagande och induktionssteg. Dra därefter slutsats med hjälp av induktionsaxiomet.

4. (a) **SVAR:** $n = 7$ och $a_k = -11 + 4k$.
(b) **SVAR:** $3 - (1/3)^{10}$.

5. SVAR: Beloppet är $4\sqrt{2}$, och ett argument är $-\dfrac{\pi}{4}$.

6. SVAR: $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + n \cdot 2\pi$, n heltal.

7. SVAR: $-51x^{31}$. (Använd binomialteoremet.)

8. SVAR: $z = \pm\dfrac{i}{\sqrt{2}}$ eller $z = -3$ eller $z = 2$.