

Skrivtid: 10.00 – 12.00. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. Varje uppgift är värd 5 poäng. Duggan är Godkänd om du har minst 12 poäng. LÖSNINGARNA SKALL INNEHÅLLA FÖRKLARANDE TEXT. Om din dugga är godkänd får du full poäng på första uppgiften på tentan den 2 oktober 2009.

1. a) Skriv summan $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n + 1)$ med hjälp av summasymbolen Σ .
b) Visa med induktion att

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n + 1) = n(n + 1)^2$$

för alla naturliga tal $n \geq 1$.

2. Lös olikheten

$$\left| \frac{4x + 3}{x - 1} \right| < 2.$$

3. Hur många av heltalen mellan 20 000 och 99 999 innehåller *precis två* 2:or?

4. a) Beräkna avståndet mellan punkterna $(-1, 3)$ och $(4, -2)$ samt ange en ekvation för den cirkel som har medelpunkt $(-1, 3)$ och som passerar punkten $(4, -2)$.
b) Bestäm typen av samt skissa andragradskurvan $4x^2 - 24x + 9y^2 + 36y + 36 = 0$ i talplanet. Skissen skall tydligt visa kurvans läge i talplanet.

LYCKA TILL!!

Svar till tentamen i Baskurs i matematik 2009–09–14
DUGGA

1. (a) $\sum_{k=1}^n k(3k+1).$

(b) Gör bas, induktionsantagande, induktionssteg, samt dra slutsats med hjälp av induktionsaxiomet.

2. $-\frac{5}{2} < x < -\frac{1}{6}.$

3. 6 318 ord. (2 916 tal som börjar med en 2:a, och 3 402 tal som inte börjar med en 2:a. Alternativt: Det finns $10 \cdot 9^3$ tal mellan 0 och 99 999 som har precis två 2:or. Subtrahera antalet som är för små ($< 20\,000$), $6 \cdot 2 \cdot 9^2$.)

4. (a) Avståndet är $5\sqrt{2}$. En ekvation för cirkeln är $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 50$.

(b) Ellips med centrum i punkten $(3, -2)$ och halvaxellängderna 3 i x -led, och 2 i y -led.