

Svar till PROBLEM I KOMBINATORIK 1

Dirichlets lådrprincip

1. Man måste plocka upp minst tre kulor för att vara säker på att få två av samma färg. Däremot kan man aldrig vara säker på att få två svarta, det kanske bara finns en svart kula i påsen!
2. Man måste välja minst 52 böcker för att vara säker på att man har tolv på samma språk. (Har man otur kan man ha fått tag på $8+10+11+11+11=51$ böcker till att börja med, men sen ...!)
3. De möjliga resterna vid division med 11 är $0,1,2,\dots,10$, dvs. elva olika tal. Av de tolv talen måste således minst två ha samma rest vid division med elva vilket innebär att deras skillnad är delbar med 11.
4. Antag att summan av tre konsekutiva tal alltid är mindre än 17. Vi har totalt tio olika uppsättningar av tre konsekutiva tal (vart och ett av de tio givna talen kan ju sitta i mitten) och då skulle följa att eftersom summan av talen i ett "tretal" är mindre än eller lika med 16 så kommer summan av talen i *alla* tretal att vara högst 160. Samtidigt vet vi att denna summa blir tre gånger (varje tal på cirkeln förekommer ju i tre olika uppsättningar av konsekutiva tal) summan $1+2+3+4+\dots+10$, dvs. $3 \cdot 55 = 165$. Saken är klar.
5. Ja, säg det.
6. Om inga av dem har samlat ihop samma antal så är det *minsta* antal de kan ha fått ihop $0+1+2+3+\dots+14=105$. Klart.

Multiplikationsprincipen

7. 5814 sätt.
8. a) 60, b) 36, c) 12.
9. 118 sätt (Kan lösas genom uppdelning i tre naturliga fall. Alternativt kan man använda kombinationer och först bestämma alla sätt att välja ut två böcker ur nitton därefter dra bort antalet fall då de två är skrivna på samma språk, vi får

$$\binom{19}{2} - \left[\binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{8}{2} \right].$$

Det är bra att kunna lösa ett problem på olika sätt, särskilt om man känner sig osäker och vill kontrollera svaret.)

10. 54 val. (Vi kan välja $0,1,2,\dots,5$ äpplen och $0,1,2,\dots,8$ apelsiner och sex gånger nio är ...!)

Gunnar