

Diskussionsuppgifter lektion 2

1. Bestäm

- (a) $\sum_{i=3}^5 (2i - 3)$ och $\sum_{i=3}^5 2i - 3$.
- (b) $\sum_{k=1}^{10} 3m$
- (c) $\prod_{r=1}^n \frac{r+1}{r}$
- (d) $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$

2. Använd induktion för att visa att

$$\sum_{k=1}^n (k+1) 2^{k-1} = n2^n.$$

3. Definiera en talföljd $F_0, F_1, F_2, \dots$ genom att sätta $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ och därefter $F_{k+1} = F_{k-1} + F_k$, för $k \geq 1$. Denna talföljd kallas Fibonaccis talföljd. Bevisa att

$$F_n < \left(\frac{7}{4} \right)^{n-1} \quad \text{för alla naturliga tal } n \geq 2.$$

(Ledning: I induktionsantagandet, anta att påståendet är sant för p och $p-1$. Visa att det då följer att det är sant för $p+1$. Detta kallas stark induktion och är ekvivalent med den vanliga induktionen.)