UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Inger Sigstam

Dugga
BASKURS I MATEMATIK
KandMa, Lärarprogram, Frist
2011-09-16

Skrivtid: 9.00—11.00. Inga hjälpmedel. Lösningarna skall vara försedda med förklarande text. Maxpoäng för respektive uppgift anges inom parentes. För att duggan ska vara godkänd krävs minst 12 poäng (av maximalt 20 poäng).

1. Skriv utan summasymbol $\sum_{k=2}^{4} k(k+1)$. (1)

2. Lös olikheten $|x-5| < 3$. (1)

3. Lös olikheten $7x+2 < 8x+1 < 7x+5$. (1)

4. Beräkna $\dfrac{7-i}{1+i}$. (1)

5. Rita en ellips som passar in på följande beskrivning. Ange även en ekvation för den ellips du ritar:

Dess högsta punkt (dvs punkt med största möjliga y-koordinat) är $(-3,5)$, och dess mest högra punkt (dvs punkt med största möjliga x-koordinat) är $(-2,2)$. (2)

6. Lös ekvationen $2zi - 3i - 5 = 0$. Skriv svaret på grundform $z = a + bi$ där a och b är reella tal. (2)

7. På en given cirkel är tio olika punkter markerade. Hur många trianglar finns det vars tre hörn är valda bland de tio punkterna? (2)

8. Visa med induktion att

$$\sum_{k=2}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) - 2$$

för alla naturliga tal $n \geq 2$. (5)

9. Lös olikheten

$$\frac{3x+2}{4-x} \leq 4. \qquad (5)$$

LYCKA TILL !

SVAR

1. $2(2+1)+3(3+1)+4(4+1)=38.$

2. $2 < x < 8.$

3. $1 < x < 4.$

4. $3-4i.$

5. Rita t ex en ellips vars axlar är parallella med koordinataxlarna och som har medelpunkten $(-3,2)$ och halvaxellängderna 1 i x-led och 3 i y-led. Denna ellips har ekvationen $(x+3)^2+\dfrac{(y-2)^2}{9}=1.$

6. $z=\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{2}i.$

7. $\dbinom{10}{3}=120.$

8. Gör bassteg, induktionsantagande och induktionssteg. Glöm ej dra slutsats enligt induktionsaxiomet.

9. $x \leq 2$ eller $x > 4.$