Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Magnus Jacobsson
073-5645887

Dugga i matematik
Envariabelanalys
2010-10-28

Tid: 8:00-10:00. Tentamenstid: 2 timmar. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. För betyget godkänd krävs 12 poäng, varefter 4 av 12 uppgifter på A-delen på ordinarie tentan får tillgodoräknas.

1. Definiera vad som menas med att en funktion f är deriverbar i en punkt a. (2)

2. a) Vad kallas en funktion f med egenskapen att om $x \leq y$ så är $f(x) \leq f(y)$?
b) Vad kallas en punkt a sådan att $f(x) \leq f(a)$ för alla x i något intervall omkring a? (2)

3. Ordna följande funktioner efter hur snabbt de växer då x går mot ∞. Endast svar krävs.

$$e^{2x}, \quad \ln(3x+1), \quad 3x - 2e^{-x}, \quad \sqrt{x}$$

(2)

4. Derivera

$$f(x) = \arcsin(\sqrt{2x}).$$

(2)

5. Följande påståenden är båda *falska*. Ge exempel som visar detta.
a) Varje stationär punkt är en extrempunkt.
b) Varje extrempunkt är en stationär punkt. (2)

6. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till $y = f(x)$ i punkten $(2, 2)$ om

$$f(x) = x^3 - 3x.$$

(2)

7. Låt $f(x)$ vara som i uppgift 6. Skissa grafen $y = f(x)$. Ange särskilt de stationära punkternas typ och var grafen är konvex/konkav. (2)

8. Bestäm Maclaurinpolynomet av grad 7 till

$$f(x) = x^4 e^x.$$

(2)

9. Visa att bland alla rektanglar med given area har kvadraten minst omkrets. (2)

10. Antag att f är en kontinuerlig funktion med definitionsområde $D_f = \mathbb{R}$, sådan att $f(0) = 1$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ och $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$. Vilka av följande påståenden är då garanterat sanna?

a) f har en absolut maximipunkt.
b) f har en absolut minimipunkt.
c) f är deriverbar.
d) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$ (2)