

Tid: 8:00-10:00. Tentamenstid: 2 timmar. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. För betyget godkänd krävs 12 poäng, varvid 4 av 12 uppgifter på A-delen på ordinarie tentan får tillgodoräknas. (På den verkliga duggan kommer även (ännu ej genomgångna) områden som t.ex. taylorutvecklingar och serier att vara representerade.)

1. Betrakta den (reellvärda) funktionen

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Vad är dess definitionsmängd D_f ? (2)

2. Definiera vad som menas med att en funktion $f(x)$ är kontinuerlig i en punkt a . (2)

3. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x - 2}{2x^3 + x + 1}. \quad (2)$$

4. Låt f vara en injektiv funktion och f^{-1} dess invers. Beskriv med ord och en bild hur grafen $y = f(x)$ förhåller sig till grafen $y = f^{-1}(x)$. (2)

5. Derivera funktionen

$$f(x) = \arctan \sqrt{1-x^2}. \quad (2)$$

6. Ge exempel som visar att **följande påståenden är falska**.

- a) En funktion som är kontinuerlig i en punkt är också deriverbar där.
b) En lokal maximipunkt är alltid en global maximipunkt. (2)

7. Funktionen

$$g(x) = xe^x$$

har en global minimipunkt på intervallet $[-2, 2]$. Förklara hur man kan veta det utan att räkna. (2)

8. Bestäm minimipunkten i uppgift 7. (2)

9. Visa att bland alla rektanglar med given omkrets har kvadraten störst area. (2)

10. Funktionen

$$h(x) = \frac{(2-x)\cos x}{\sqrt{1-x^2}}$$

har en global minimipunkt x_{min} på det öppna intervallet $(-1, 1)$. Förklara varför. (Obs: Du ska inte räkna ut x_{min} !) (2)

LYCKA TILL!