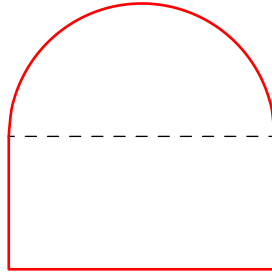


Uppgifter till lektion 9

1. Ett fönster har formen av en halvcirkel ovanpå en rektangel, enligt figuren:



Bestäm fönstrets maximala area, givet att dess omkrets är L .

2. Bestäm, med hjälp av Maclaurinutveckling, alla asymptoter till kurvan

$$y = x + \sqrt{x^2 - x + 1}$$

Avgör om kurvan ligger ovanför eller under asymptoten.

Uppgifter till lektion 10

1. Bestäm integralerna

$$\int \frac{2 dx}{3 - 4x} \quad \text{och} \quad \int \frac{3 dx}{4 + 9x^2}.$$

2. Visa att

$$\int \sqrt{4 - x^2} dx = C + \frac{x}{2} \sqrt{4 - x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2}.$$

Uppgifter till lektion 11

1. Beräkna

$$\int_3^4 \frac{4x - 5}{x^2 - 6x + 10} dx.$$

2. Beräkna

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$$

Uppgifter till lektion 12

1. Beräkna

$$\int \frac{3 dx}{4x + 5\sqrt{x}}.$$

2. Skissa kurvorna $y = \sin x$ och $y = \cos 2x$, $0 \leq x \leq \pi$, och beräkna därefter

$$\int_0^\pi |\sin x - \cos 2x| dx.$$

Vilken area uttrycks av integralen?

Uppgifter till lektion 13

1. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^\infty \frac{dx}{4 + 5e^x}.$$

2. Låt D vara området som ges av olikheterna

$$\frac{1}{x} \leq y \leq \sqrt{x}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

Beräkna volymen av den kropp som bildas då D roteras kring

- (a) x -axeln
- (b) y -axeln.

Uppgifter till lektion 14

1. Lös differentialekvationen

$$y' = 4x e^{2x-y}$$

Bestäm särskilt lösningen som uppfyller $y(0) = 0$.

2. Lös differentialekvationen

$$2x y' - y = 4x^2 \sqrt{x} \cos \pi x^2$$

Bestäm särskilt lösningen som uppfyller $y(1) = 1$.

Uppgifter till lektion 15

1. Lös differentialekvationen

$$y'' + y' = 2x(1 + e^{-x}), \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

2. En nödvattencistern i Sahara rymmer 300.000 liter. Varje dygn läcker 300 liter av vattnet ut, men cisternen hålls hela tiden fylld med rent vatten med hjälp av tankbilar från kusten. En dag håller en tjänsteman 1 liter klor i cisternen för att hålla bakteriehalten nere på en godtagbar nivå. Efter hur lång tid har vattnets klorhalt sjunkit till 1 ppm ($10^{-4}\%$), som i detta fall anses vara det hygieniska gränsvärdet?