

Semantik för satslogik

I nedanstående uppgifter får du använda att mängden $\{\neg, \vee\}$ är funktionellt komplett.

1. Visa att mängden $\{\neg, \wedge\}$ är funktionellt komplett.
2. Visa att mängden $\{\longrightarrow, \perp\}$ är funktionellt komplett.
3. Låt \star vara ett konnektiv med följande sanningsvärdestabell.

p	q	$(p \star q)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Är $\{\star\}$ funktionellt komplett?

4. Visa att $\{\longrightarrow, \vee\}$ inte är funktionellt komplett.
5. Skriv följande på disjunktiv och konjunktiv normalform.
 - (i) $\neg(\varphi \longleftrightarrow \psi)$
 - (ii) $((\varphi \longrightarrow \psi) \longrightarrow \psi) \longrightarrow \psi$
 - (iii) \perp
6. Skriv $\varphi \prec \psi$ om $\models \varphi \longrightarrow \psi$ och $\not\models \psi \longrightarrow \varphi$. Vi ser alltså en sorts ordningsrelation på satserna. φ är \prec -mindre än ψ om $\varphi \longrightarrow \psi$, men inte $\psi \longrightarrow \varphi$, är en tautologi. Anta att $\varphi \prec \psi$. Visa att det finns en sats σ så att $\varphi \prec \sigma$ och $\sigma \prec \psi$.
(Ledning: Låt p vara en satssymbol som inte förekommer i φ eller i ψ . σ bör vara någon sammansättning av φ , ψ och den nya satssymbolen p .)