

Övningar i sekventkalkyl för satslogik

Använd sekventkalkyl för att avgöra om följande påståenden på formen $\Gamma \models \varphi$ gäller. Om påståendet är giltigt, konstruera ett bevis i Fitch-systemet som visar att $\Gamma \vdash \varphi$. Om påståendet inte är giltigt, använd ditt sekventträd för att avläsa en motexempeltilldelning av sanningsvärden, dvs sanningsvärden så att alla satser i Γ är sanna och φ är falsk.

1. $P \vee (Q \wedge R) \models (P \vee Q) \wedge R$
2. $(P \vee Q) \wedge R \models P \vee (Q \wedge R)$
3. $\varphi \vee \psi \models (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$
4. $\varphi \rightarrow \psi \wedge \sigma \models (\varphi \rightarrow \psi) \wedge \sigma$
5. $\varphi \rightarrow \psi \vee \sigma \models (\varphi \rightarrow \psi) \vee \sigma$
6. $(P \rightarrow Q) \rightarrow R, \neg R, (P \rightarrow S) \vee Q \models S$

Övningar i sekventkalkyl för predikatlogik

Använd sekventkalkyl för att avgöra om följande påståenden på formen $\Gamma \models \varphi$ gäller. Om påståendet är giltigt, konstruera ett bevis i Fitch-systemet som visar att $\Gamma \vdash \varphi$. Om påståendet inte gäller, så ska du avläsa en motexempelstruktur från sekventträdet, dvs en struktur \mathcal{A} (med universum A) så att $\mathcal{A} \models \Gamma$ och $\mathcal{A} \not\models \varphi$.

7. $\forall x(\mathbf{P}(x) \vee \mathbf{Q}(x)) \models \forall x\mathbf{P}(x) \vee \forall x\mathbf{Q}(x)$
8. $\exists x(\mathbf{P}(x) \vee \mathbf{Q}(x)) \models \exists x\mathbf{P}(x) \vee \exists x\mathbf{Q}(x)$
9. $\forall x(\mathbf{P}(x) \vee \mathbf{P}(\mathbf{f}(x))), \exists x\mathbf{P}(x), \forall x(\mathbf{P}(x) \rightarrow \neg\mathbf{P}(\mathbf{f}(\mathbf{f}(x)))) \models \exists x\mathbf{P}(\mathbf{f}(x))$
10. $\exists x(\mathbf{P}(x) \wedge \neg\mathbf{Q}(x)), \forall x(\mathbf{R}(x) \rightarrow \mathbf{Q}(x)), \forall x\forall y(\neg\mathbf{R}(x) \rightarrow \mathbf{P}(y)) \models \forall y\mathbf{P}(y)$
11. $\models \neg\exists y\forall x(\mathbf{S}(y, x) \leftrightarrow \neg\mathbf{S}(x, x))$