

Skrivtid: 10-12.30. Observera att problemen inte står i svårighetsordning. Alla svar ska motiveras. Hjälpmedel: gymnasieformelsamling.

1. Beräkna följande gränsvärden:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1 - x)^2}{x^2 - \ln(1 + x^2)}.$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x).$$

(5p)

2. Bestäm  $f(0)$  så att funktionen

$$f(x) = \frac{x}{\tan x + \sin x}$$

blir kontinuerlig i  $x = 0$ .

(5p)

3. Låt  $C$  vara den cirkel som ges av ekvationen  $x^2 + y^2 = 10$ . Hitta lutningen hos  $C$  i punkten  $(1, 3)$ .

(5p)

4. Om man kastar ett föremål rakt uppåt med hastigheten 20 m/sek så når föremålet en höjd av  $h(t) = 20t - 4,9t^2$  meter efter  $t$  sekunder. Vilken är den högsta höjden föremålet når?

(5p)

Var god vänd!

Några MacLaurin utvecklingar:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + O(x^{n+1}).$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + O(x^{2n+1}).$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + O(x^{2n+2}).$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + O(x^{n+1}).$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)} + O(x^{2n+1}).$$

---