

# Pierre Lelong 1912—2011

Christer O. Kiselman

Pierre Lelong avled den 12 oktober 2011 i Paris. Han var född den 14 mars 1912, likaså i Paris. Också hans mor och far levde länge. Hans närmaste är hustrun France Lelong och hans fyra barn med hans första fru Jacqueline Lelong-Ferrand samt barnbarn. Hans familj härstammade från Alsace och var, som han en gång berättade för mig, av tradition ateister i flera generationer.

Bland matematiker var Lelong mest känd som en pionjär inom teorin för flera komplexa variabler och framför allt som den som infört de plurisubharmoniska funktionerna och skrivit mycket om dem. Men i fransk politik var han känd och respekterad som Charles de Gaulles rådgivare under två viktiga år alldeles i början av den femte republiken. Det märktes bl.a. när han kom till Sverige för att sitta i betygsnämnden för Leif Abrahamsson 1982 och då fick sin resa betald av franska utrikesdepartementet. Jag hade av det skälet kontakt med franska diplomater i Stockholm, som undrade hur jag kunde ha en så viktig gäst.

Lelong valdes in som korresponderande ledamot av franska Vetenskapsakademien 1980 och som ledamot 1985 – ett ganska sent erkännande. Han hade flera ordnar, bl.a. *La Légion d'honneur* (Hederslegionen), där han blev *chevalier* (riddare) 1959, *officier* (officer) 1967 och till slut *commandeur* (kommendör).

## Lelongs matematik

Av Lelongs mycket stora produktion under mer än sextio år, 1937–1999, kan jag bara ta upp en liten del. I *MathSciNet* är han författare till 108 arbeten, till vilka man bör lägga ett från 1937 och ett från 1938 som inte är med där; om man lägger till *Related Publications* blir det 129 träffar. Hans tre viktigaste insatser anser jag vara införandet av klassen av plurisubharmoniska funktioner (1942), Lelongtalet (1950) och hans resultat om integration på en analytisk mängd (1957a, 1957b). Men de är långt ifrån de enda.

## Plurisubharmoniska funktioner

Den klass av funktioner som nu kallas plurisubharmoniska introducerades av Kiyoshi Oka (1942) och Pierre Lelong (1942), som arbetade oberoende av varandra i Japan respektive Frankrike. I själva verket utförde Oka sitt forskningsarbete redan 1935

(Toshio Nishino, personligt meddelande 1997-10-03) vid Universitetet i Hiroshima, där han var biträdande professor 1932–1938, medan Lelong var *Chargé de conférences* i mekanik i Paris. De två möttes aldrig.

Oka använde termen *fonctions pseudoconvexes* — de lever helst i pseudokonvexa områden — medan Lelong myntade den term som nu används, *fonctions plurisousharmoniques*, för att betona sambandet med subharmoniska funktioner: de är subharmoniska på många sätt. Och detta framgår klart av definitionen: en funktion definierad i en öppen mängd i rummet av flera komplexa variabler är *plurisubharmonisk* om dess restriktion till varje komplex rät linje är subharmonisk, och om den dessutom är uppåt halvkontinuerlig (det sista är samma krav som för subharmoniska funktioner).

Om  $h$  är en holomorf funktion, så är  $\log|h|$  plurisubharmonisk, och det är ett första viktigt samband med de holomorfa funktionerna. Men de plurisubharmoniska funktionerna är lättare att manipulera; exempelvis är maximum av två plurisubharmoniska funktioner i samma klass, och något sådant tillåter inte de holomorfa funktionerna. Denna egenskap visar att dessa funktioner är *souples*, mjuka, jämfört med de klassiska objekten, som är stela och därför svårare att snickra med. I en artikel (1994) beskriver Lelong dessa *objets souples* och hur de har vuxit fram under 1900-talet. De plurisubharmoniska funktionerna är urtypen för dessa mjuka objekt. De liknar i vissa avseenden de konvexa funktionerna, i andra de subharmoniska.

En viktig egenskap är att klassen är invariant under holomorfa koordinatbyten: det innebär att funktionen är subharmonisk inte bara på komplexa räta linjer utan på varje holomorf kurva. Detta gör att klassen kan definieras också på en komplex mångfald.

Jag har hört att matematikerna kring Bourbaki ansåg att Lelongs funktionsklass var en ganska ointressant generalisering av de subharmoniska funktionerna av en komplex variabel. Men de fick tänka om när det visade sig att denna funktionsklass spelade en viktig roll i den teori för  $\bar{\partial}$ -operatorn som Lars Hörmander utvecklade (1965), och som på ett naturligt sätt kom till användning som viktsfunktioner i de Hilbertrum av funktioner och differentialformer som Lars konstruerade för att lösa en rad klassiska problem inom flera komplexa variabler.

### Lelongtalet eller *le nombre densité*

Det matematiska objekt som är mest förknippat med Lelongs namn är onekligen Lelongtalet hos en plurisubharmonisk funktion i en punkt. Det är en generalisering av multipliciteten hos ett nollställe till en holomorf funktion och kan definieras på flera sätt: som en densitet eller som en lutning hos en konvex funktion.

Laplacen  $\Delta f$  av en plurisubharmonisk funktion  $f$  är ett mått, och detta mått har en väldefinierad massa  $\int_{B(c,r)} \Delta f$  i klotet  $B(c,r)$  med medelpunkt i  $c$  och radie  $r$ ; den är en växande funktion av  $r$ . I sin uppsats (1950) visade Lelong att även om man dividerar denna massa med volymen hos klotet  $B(0,r) \cap \mathbf{C}^{n-1}$  av dimension  $2n-2$ , så blir resultatet en växande funktion av  $r$ , d.v.s. kvoten  $\int_{B(c,r)} \Delta f / \mathbf{vol}(B(0,r) \cap \mathbf{C}^{n-1})$ , som är medeldensiteten av  $\Delta f$  i klotet, är en växande funktion av  $r$ . (Densitet är

ju massa per volymenhet, men det gäller att ta volymen i rätt dimension.) Därför existerar gränsvärdet

$$\nu_f(c) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\int_{B(c,r)} \Delta f}{\text{vol}(B(0,r) \cap \mathbf{C}^{n-1})}.$$

Detta tal, alltså den punktvisa densiteten i  $c$ , kallade Lelong för *le nombre densité* (densitetstalet), medan alla andra kallar det för *Lelongtalet* för  $f$  i punkten  $c$ . Lelong själv undvek oftast termen *le nombre de Lelong*, utan skrev vanligen just *le nombre densité*; ibland sade han "le nombre vous savez" (talet ni vet).

En annan definition betraktar supremum  $g(t)$  av  $f$  över klotet  $B(c, e^t)$  med radie  $r = e^t$ . Det visar sig då att  $g$  är en växande konvex funktion av  $t$ , och gränsvärdet  $\lim_{t \rightarrow -\infty} g(t)/t$  existerar därför. Detta gränsvärde är också lika med  $\nu_f(c)$ .

Lelongtalet har visat sig vara en mycket viktig storhet inom den komplexa analysen och har generaliserats på flera sätt. Ett viktigt samband med analytiska mängder är att mängden där en plurisubharmonisk funktions Lelongtal är minst lika med en viss konstant är en analytisk mängd: det är Sius sats, bevisad av Yum-Tong Siu (1974).

## Integration på en analytisk mängd

En analytisk mängd är lokalt den gemensamma nollställesmängden till en familj av holomorfa funktioner: man kan beskriva den som en analytisk mångfald med singulariteter. Ett problem var att integrera en differentialform som är definierad på en sådan mängd även över de singulära punkterna.

Lelong löste detta problem (1957a, 1957b): han tog integration över de reguljära punkterna, betraktade denna operation som en ström i Georges de Rham's mening och utvidgade sedan denna på ett lämpligt sätt över hela den analytiska mängden. Han införde slutna positiva strömmar och visade resultat om fortsättning av sådana. Dessa strömmar blev sedan ett mycket studerat objekt i komplex analys; också de hör till de mjuka objekt som jag talat om tidigare.

## Indikatorn för en hel funktion

En hel funktion växer i oändligheten, och för att mäta denna tillväxt har man sedan länge använt begreppen ordning och typ. Men dessa säger inget om hur funktionen uppför sig i olika riktningar: de tar endast hänsyn till den värsta riktningen. Vi vet ju att till exempel cosinusfunktionen  $\cos z = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$ ,  $z \in \mathbf{C}$ , kan uppskattas med  $|\cos z| \leq e^{|\text{Im } z|}$ : den växer fort i de imaginära riktningarna men är begränsad i de reella. Logaritmen kan uppskattas med  $\log |\cos z| \leq |\text{Im } z|$ , en konvex funktion av  $z$ . I uppskattningen  $|\text{Im } z| \leq |z|$  är vänsterledet men inte högerledet känsligt för riktningen.

I flera variabler har man till exempel den hela funktionen  $h(z) = \cos \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$ ,  $z = (z_1, z_2) \in \mathbf{C}^2$ , som uppfyller

$$\log |h(z)| = \log \left| \cos \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \right| \leq \left| \text{Im} \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \right| = \varphi(z),$$

där högerledet inte längre är en konvex funktion: vi har till exempel  $\varphi(i, \pm 1) = 0$ , medan  $\varphi(i, 0) = 1$ . Vi har en uppskattning

$$\left| \operatorname{Im} \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \right| \leq \sqrt{|z_1|^2 + |z_2|^2} = \|z\|_2,$$

där vänsterledet men inte högerledet är känsligt för i vilken riktning man går ut.

För att beskriva tillväxten i olika riktningar inför man *indikatorn*  $p_h$  för en hel funktion  $h$  av exponentialtyp genom

$$p_h(z) = \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log |h(tz)|, \quad z \in \mathbf{C}^n.$$

Det är ett viktigt resultat att den minsta uppåt halvkontinuerliga majoranten  $p_h^*$  till  $p_h$  är plurisubharmonisk, där

$$p_h^*(z) = \limsup_{w \rightarrow z} p_h(w), \quad z \in \mathbf{C}^n.$$

Vidare är det klart att  $p_h^*$  är positivt homogen:  $p_h^*(tz) = tp_h^*(z)$  för  $t > 0$ ,  $z \in \mathbf{C}^n$ . Frågan är nu om varje positivt homogen plurisubharmonisk funktion  $f$  är indikatorn för någon hel funktion, alltså om det finns  $h$  så att  $p_h^* = f$ . Lelong (1966) visade att det är så under ett extra antagande, nämligen när  $f$  är komplext homogen,  $f(tz) = |t|f(z)$ ,  $t \in \mathbf{C}$ ,  $z \in \mathbf{C}^n$ .

André Martineau (1966, 1967) och jag (1967) löste det allmänna problemet när  $f$  bara är positivt homogen. Martineau gjorde det även allmännare för funktioner av ändlig ordning och ändlig typ. Lelong skrev i sin *Notice*: "j'ai été devancé simultanément par le suédois C.-O. Kiselman et le regretté A. Martineau" (jag blev distanserad samtidigt av svensken C. O. Kiselman och den saknade A. Martineau) (Lelong 1973:17).

## Séminaire Lelong

Lelong ledde under många år en seminariserie, oftast kallad *Séminaire Lelong*.

Seminarieföredragen publicerades. De första sju volymerna var från åren 1957/58 till och med 1966/67 och gavs ut av fakulteten i Paris med titeln *Séminaire d'Analyse dirigé par Pierre Lelong*. Därefter kom de ut i Springers serie *Lecture Notes in Mathematics*, totalt 15 volymer. De första nio (med numren 71, 116, 205, 275, 332, 410, 474, 524, 578) hade titeln *Séminaire Pierre Lelong (Analyse)*; de följande tre (624, 822, 919) hette *Séminaire Pierre Lelong – Henri Skoda (Analyse)* och de sista tre (1028, 1198, 1295) *Séminaire d'Analyse P. Lelong – P. Dolbeault – H. Skoda*. Totalt blev det 22 volymer från åren 1957/58 till 1985–1986.

Lelongs seminarier började alltid klockan 13:45, medan alla andra seminarier efter lunch började 13:30. Lelong menade att man inte hann äta lunch när man skulle gå på ett så tidigt seminarium. Därför gav han sig själv och alla deltagare en extra, tydligen mycket viktig, kvart.

## Möten med Pierre Lelong

Jag har träffat Pierre Lelong många gånger under fyrtio år, mest i Frankrike och Sverige, men även i andra länder, och nämner här endast några få av dessa tillfällen.

Första gången jag träffade honom var 1966, då vi båda deltog i en fyra veckor lång konferens i La Jolla i Kalifornien, *American Mathematical Society 1966 Summer Institute on Entire Functions and Related Parts of Analysis*, 1966-06-27—07-22. Hans dåvarande hustru Jacqueline Lelong-Ferrand (som ogift Jacqueline Ferrand) var också med. De skildes senare, och Pierre gifte om sig med France Fages (nu France Lelong), som han var gift med till sin död.<sup>1</sup> Både Jacqueline Ferrand och France Lelong är matematiker.

Den andra gången var i mars 1968, när han bjöd in mig till sitt seminarium i Paris. Jag var då gästprofessor i Nice på initiativ av André Martineau (1930–1972). Jag höll mitt föredrag 1968-03-13. Jag talade senare ytterligare tre gånger på Lelongs seminarium.

Pierre Lelong var fakultetsopponent när Urban Cegrell disputerade 1975-05-23.

I maj 1981 organiserade Gérard Cœuré och Henri Skoda en stor konferens i Wimereux i norra Frankrike med anledning av Lelongs pensionering. Enligt några var maten där inte så bra. Mot slutet av konferensen drog Lelong undan Larry Gruman i ett hörn och sade: ”Gruman, on aurait mieux fait d’organiser ce colloque chez vous.” (Gruman, det skulle ha varit bättre att organisera den här konferensen hos er; Larry Gruman, personligt meddelande 2011-10-30). Det handlade då inte om organisationen av mötet eller om matematiken, utan om maten. Larry bodde då i departementet Gers i södra Frankrike, vars *cuisine* Pierre Lelong uppskattade mycket under sina många besök där.<sup>2</sup>

Lelong promoverades till hedersdoktor vid Uppsala universitet 1981-06-05. Han blev utsedd att hålla tacktalet för de sjutton hedersdoktorerna vid middagen på Uppsala slott. Hans tal var en uppvisning i fransk talekonst. Efter en inledning där han beklagade sig över plågan att behöva sätta på sig frack — en klagan dock så subtilt inlindad att troligen mycket få av middagsäternas uppfattade den som en klagan — kom det många högstämmda lovord om vetenskapen i allmänhet och om matematiken i synnerhet:

Puis-je dire que pour moi elle est la plus profondément humaine des sciences, la plus universelle aussi et qu’elle est aussi celle où les désirs de l’imagination, et parfois même sa fantaisie, trouvent le mieux à s’accomplir, précisément fortifiées par la présence des règles de la logique? (Får jag säga att den [matematiken] för mig är den djupast

<sup>1</sup>När jag många år senare berättade att jag skilt mig och nu var tillsammans med en annan kvinna, möttes jag av ett tydligt gillande: det är OK att skilja sig och gifta om sig — en gång, *mais pas plus que ça* (men inte mer än så).

<sup>2</sup>Gers ligger i den historiska regionen Armagnac, som är en del av det historiska landskapet och hertigdömet Gascogne. Gåslever (*foie gras*) och armagnac är viktiga produkter. Om Gers skriver Le petit Larousse (1967): ”Le Gers est un département essentiellement agricole, où la population, dispersée en hameaux et en fermes, pratique une polyculture complexe [...]” (Gers är väsentligen ett departement för jordbruk, där befolkningen, som är spridd i små byar och i bondgårdar, praktiserar en komplex polykultur). Steget från en komplex polykultur till plurikomplex analys verkar vara kort.

mänskliga av vetenskaperna, likaså den mest universella, och att den också är den där vår föreställningsförmågas önskningsar, ibland till och med dess fantasier, kan förverkligas bäst, förstärkt och preciserad genom närvaron av logikens regler?) (Pierre Lelong 1981-06-05)

Men han luftade också kritik mot Sveriges forskningspolitik:

Puis-je dire, Monsieur le Recteur, que cette excellence des recherches et cette place que tiens votre pays dans le domaine des mathématiques ne vous empêchent pas d'être bien sévères : on m'assure que vous maintenez longtemps dans l'attente d'un poste de professeur de jeunes docteur dont l'étranger a reconnu le mérite [?] (Får jag säga, Herr rektor, att denna framstående forskning och den plats som Ert land har inom matematiken inte hindrar er från att vara mycket stränga: man försäkrar mig att ni låter unga doktorer, vilkas meriter utlandet redan erkänt, vänta länge på en professur[?]) (Pierre Lelong 1981-06-05)

Dagen efter för vi på en båtutflykt med start i Spillersboda: Urban hade en stor båt, en ombyggd fiskebåt från norra Upplandskusten, och tog Pierre Lelong, Dan Shea, Bengt Josefson och mig med på en strålande tur i skärgården. Vi besökte Ängsö nationalpark.

Som redan nämnts var Lelong ledamot i betygsnämnden för Leif Abrahamsson när denne disputerade 1982-11-13. Han gjorde då en tur i Sverige under en vecka, 1982-11-07—14, med besök i Lund (Lars Gårding och Lars Hörmander), Uppsala (Urban Cegrell, Christer Kiselman), Stockholm (Lars Inge Hedberg), Linköping (Bengt Josefson) och så Uppsala igen för Leifs disputation. Allt betalades av Frankrikes utrikesdepartement.

År 1986 gjorde Lelong ett besök i Sverige inom ramen för ett utbyte mellan den svenska och den franska vetenskapsakademien. Han besökte Umeå universitet, Uppsala universitet och Vetenskapsakademien i Stockholm under en vecka, 1986-10-02—09.

Lawrence Gruman (mera känd som Larry) samarbetade med Lelong och skrev en bok (Lelong & Gruman 1986) om hela funktioner. Den innehåller mycket om dessa funktioners tillväxt i oändligheten, funktioner med reguljär tillväxt, lösningar till ekvationen  $i\partial\bar{\partial}U = \theta$ , samband mellan en funktions tillväxt i oändligheten och dess nollställesytas tillväxt m.m.

Den som sist samarbetade med Lelong var Alexander Rashkovskii, nu i Stavanger. De publicerade ett gemensamt arbete 1999, Alexander översatte en uppsats av Lelong till engelska, och de diskuterade mycket.

Med anledning av Larrys pensionering ordnade Université Paul Sabatier i Toulouse en konferens i maj 2002, där Lelong framträdde i högform med ett matematiskt föredrag.

Vid en konferens i Paris för Henri Skoda i september 2005 höll Lelong ett långt tal för Henri vid en mottagning 2005-09-15, men inte något matematiskt föredrag. Den första dagen av konferensen, 2005-09-12, var han med på förmiddagen. Jag talade med honom under lunchen och följde honom sedan ut på gatan till hans bil, en kraftigt krockskadad Citroën BX. Han körde ensam hem i Paristraffiken, 93 år gammal.

## Charles de Gaulle

General Charles de Gaulle (1890–1970) installerades som president i den femte republiken 1959-01-08, och samma dag förordnade han Pierre Lelong som *Conseiller technique au Secrétariat général de la Présidence de la République* (Teknisk rådgivare vid republikens presidents kansli). Lelongs ansvarsområde var *Recherche scientifique, Éducation nationale et Santé publique* (Vetenskaplig forskning, offentlig utbildning på alla nivåer samt hälso- och sjukvård), alltså motsvarande flera ministerier. Lelong hade denna funktion under två år, till 1961-01-08.

Den fjärde republikens sista år, före de Gaulle och den femte republiken, kännetecknades av svaga regeringar som ofta byttes ut. En massa ärenden fastnade och blev liggande år efter år i avsaknad av en kraftfull nationell ledning.

När så de Gaulle kom till makten lossnade många ärenden och en rad viktiga beslut kunde fattas. Lelong hamnade mitt bland dessa, troligen redan under hösten 1958 innan de Gaulle tillträtt och han själv blivit formellt utnämnd: den femte republikens konstitution trädde i kraft 1958-10-04 efter en folkomröstning 1958-09-28.

### La Halle aux vins

Ett av de ärenden som fastnat under den fjärde republiken var problemet kring *La Halle aux vins*, ett kvarter ägnat åt vinförsäljning sedan 1666, mycket centralt beläget i Paris' femte arrondissement. Parisuniversitetet önskade komma till detta område, men vinhandlarna hade i många år blockerat denna strävan. Med de Gaulle blev det en lösning, och universitetet kunde ta över nästan hela kvarteret. Man sade länge "la Faculté des Sciences de la Halle aux vins". Numera är det Paris VI och Paris VII som ligger där. Jag tror att Lelong spelade en viktig roll för detta beslut att frigöra kvarteret för utbildning och forskning.

### Föredragning för presidenten

En kväll satt Lelong hemma och rättade skrivningar då det ringde från Élyséepalatset. Han satte sig i sin bil och körde dit. Generalen förklarade problemet, som rörde de katolska privatskolorna: skulle de ha bidrag från staten?

Den franska staten är sedan länge en lekmannastat: *laïcité* är en viktig princip; staten skall inte understödja någon religion.

Lelong tänkte på problemet — det kan inte ha varit länge, ty de Gaulle ville ha svar direkt. Lelong svarade att han ansåg att de katolska privatskolorna borde få statsunderstöd. Generalen: "Je suis de votre avis." (Jag delar Eder åsikt.) Mötet var slut. Saken var avgjord. Lelong körde hem och fortsatte att rätta skrivningar.

## Georges Pompidou

Även sedan han lämnat funktionen som rådgivare åt de Gaulle hade Pierre Lelong många uppdrag för den högsta statsledningen. Georges Pompidou (1911–1974) var

premiärminister åren 1962–1968 och president 1969–1974. Minst en gång föredrog Lelong budgeten för all forskning i Frankrike för Pompidou när denne var premiärminister. Han skriver:

Je puis dire aujourd’hui que le projet spatial fut par mes soins retardé d’un an pour faire passer le projet de la biologie moléculaire. (Jag kan i dag säga att rymdforskningen genom mina åtgärder blev försenad med ett år för att släppa fram satsningen på molekylärbiologi.) (Lelong 1993:2)

Lelong och Pompidou sade *tu* till varandra. Pompidou var mindre än ett år äldre än Lelong och skrevs in vid *École normale supérieure* 1931, samma år som Lelong. De var alltså skolkamrater och därför du och bror med varandra resten av livet.<sup>3</sup> För att klargöra detta för mig berättade Lelong något som Pompidou sagt aldrig genom indirekt anföring (Och då sade Pompidou till mig att jag borde göra si eller så) utan alltid genom direkt anföring: Och då sade Pompidou till mig: «Tu dois faire ceci et cela».

Även i skrift använde Lelong denna citatteknik för att peka på intimiteten i deras relation. Han citerar Pompidou så här:

«Penses-tu qu’il faut vraiment faire l’Espace ?» me disait-il alors qu’il était Premier Ministre. (“Anser du att vi verkligen måste göra Rymden?” [d.v.s. acceptera ett stort rymdforskningsprogram] sade han till mig när han var premiärminister.) (Pierre Lelong 1993:2)

Så motståndet mot rymdforskningen fanns kanske hos Pompidou redan innan Lelong föredrog budgeten.

## Två visdomsord

Utan att vara tillfrågad gav Pierre Lelong mig och andra ett råd om hur man skall se på sin pensionering: man skall låtsas som ingenting och bara fortsätta att forska som vanligt. Över en fjärdedel av Lelongs matematiska publikationer har tillkommit sedan han fyllt 69 år.

Det andra visdomsord som kommer för mig är detta: Den största ära som kan tillkomma en matematiker i denna värld är att hans eller hennes resultat blir så allmänt accepterade och så kända att alla anser dem vara fullständigt självklara och banala. Och så är det nog: man kan inte förstå matematik, man kan bara bli van vid den, och det man är van vid uppfattar man som självklart när man väl har lärt sig det. Hjärnan har helt enkelt programmerats om.

I skrift kommer han nära detta i sitt tacktal i Wimereux i maj 1981:

En mathématiques l’indispensable processus d’assimilation est un processus de trivialisation. (I matematiken är den oundvikliga assimilationsprocessen en trivialiseringsprocess.) (Lelong 1982:191)

De plurisubharmoniska funktionerna är kanske just en sådan självklar struktur.

<sup>3</sup>Det är kanske onödigt att tillägga att något liknande inte kan tänkas när de gäller de Gaulle, som sade *vous* till sin egen fru.

## Referenser

- Hörmander, Lars (1965).  $L^2$  estimates and existence theorems for the  $\bar{\partial}$  operator. *Acta Math.* **113**, 89–152.
- Kiselman, C. O. (1967). On entire functions of exponential type and indicators of analytic functionals. *Acta Math.* **117**, 1–35.
- Lelong, Pierre (1942). Définition des fonctions plurisousharmoniques. *C. R. Acad. Sci. Paris* **215**, 398–400. (Sessionen 1942-11-03.)
- Lelong, Pierre (1950). Propriétés métriques des variétés analytiques complexes définies par une équation. *Ann. Sci. École Norm. Sup.* (3) **67**, 393–419.
- Lelong, Pierre (1957a). Integration of a differential form on an analytic complex subvariety. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **43**, 246–248.
- Lelong, Pierre (1957b). Intégration sur un ensemble analytique complexe. *Bull. Soc. math. France* **85**, 239–262.
- Lelong, Pierre (1966). Fonctions entières de type exponentiel dans  $\mathbf{C}^n$ . *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **16**, 269–318.
- Lelong, Pierre (1973). *Notice sur les titres et travaux scientifiques de M. Pierre Lelong, professeur à l'Université de Paris VI*. 41 ss.
- Lelong, Pierre (1982). Réponse de Pierre Lelong. *Séminaire Pierre Lelong – Henri Skoda (Analyse): Années 1980/81 et Colloque de Wimereux, Mai 1981*, ss. 190–191. Lecture Notes in Mathematics **919**. Berlin et al.: Springer-Verlag.
- Lelong, Pierre (1993). *Complément à la Notice des travaux et au curriculum vitae de Pierre Lelong*. Skrift inlämnad till Académie des Sciences, 4 ss.
- Lelong, Pierre (1994). Quelques remarques sur la recherche et la création des objets souples en analyse mathématique. **I: Les grands systèmes des sciences et de la technologie**, ss. 461–475. RMA Res. Notes Appl. Math., 28. Paris: Masson.
- Lelong, Pierre; Gruman, Lawrence (1986). *Entire functions of several complex variables*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 282. Berlin: Springer-Verlag. xii + 270 ss. ISBN 3-540-15296-2
- Martineau, André (1966). Indicatrices de croissance des fonctions entières de  $N$ -variables. *Invent. Math.* **2**, 81–86.
- Martineau, André (1967). Indicatrices de croissance des fonctions entières de  $N$ -variables. Corrections et compléments. *Invent. Math.* **3**, 16–19.
- Oka, Kiyoshi (1942). Domaines pseudoconvexes. *Tôhoku Math. J.* **49**, 15–52. (Manuskriptet mottaget 1941-10-25, artikeln publicerad 1942-05.)
- Le petit Larousse* (1967). Paris: Librairie Larousse.
- Siu, Yum-Tong (1974). Analyticity of sets associated to Lelong numbers and the extension of closed positive currents. *Invent. Math.* **27**, 53–156.

*Författarens adress:* Uppsala universitet, Matematiska institutionen,  
Box 480, 751 06 Uppsala

*Datorpostadress:* [kiselman@math.uu.se](mailto:kiselman@math.uu.se)