UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Erik Palmgren

Svar och ledningar till ÖVNINGAR 4
Tillämpad Logik DV1, ht-00
2000-10-02

1.

(a) Bevisbar.

(b) Ej bevisbar. Betrakta en Kripkemodell med tre noder $W = \{0, p, q\}$ där $0 \leq p$, $0 \leq q$ och p och q är ojämförbara. Sätt $V_0(P) = V_0(Q) = 0$, $V_p(P) = 1$, $V_p(Q) = 0$, $V_q(P) = 0$ and $V_q(Q) = 1$. Då gäller $V_0((P \supset Q) \vee (Q \supset P)) = 0$.

(c) Ej bevisbar. Det räcker att betrakta en Kripke modell med två noder $W = \{0, 1\}$, $0 \leq 1$, där $V_0(P) = 0$ och $V_1(P) = 1$.

2. (a): $H_m \to \Box(P \vee H_{n+1})$. (b): $H_0 \wedge \neg H_1 \to \Diamond(H_m \wedge \neg H_{n+1} \wedge P)$

3. Definiera $R_k(x, y) \Leftrightarrow_{\text{def}} 0 \leq y - x \leq k$. Tolkningen av operatorn $\Box_k A$ är att påståendet A gäller ständigt under de närmaste k tidsenheterna, medan $\Diamond_k A$ tolkas så att A gäller någon gång under de närmaste k tidsenheterna. Några lagar: $\Box_k \Box_m A = \Box_{k+m} A$ och $\Box_k A \to A$. Genom att tillämpa $\neg$ kan man ur detta härleda lagar för $\Diamond_k$

4. (a): Givet $s \in W$. Vi vill visa $R(s, s)$. Betrakta värderingen given av: $V_t(P) = 1$ om $R(s, t)$, $V_t(P) = 1$ om $\neg R(s, t)$.

   (b): Visas genom att på ett likartat sätt välja en värdering som beror på relationen R.

5. (a) – (c) följer enkelt genom en noggrann utläsning av meningen av påståendena i $\mathcal{M}$. (d) följer från (a) – (c). (Använd kontrapositionen av (c).)

6. Bevis med induktion på längden av u. Använd $\Box A \leftrightarrow \Box\Box A$ och $\Diamond\Box\Diamond A \leftrightarrow \Box\Diamond A$ samt de varianter som uppstår genom att sätta in negationstecken.

———