UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Erik Palmgren

ÖVNINGAR 7
Tillämpad Logik DV1, ht-00
2000-10-09

Övningsuppgifter i Tillämpad Logik DV1

Uppgifter markerade (B) ger *bonuspoäng* som kan tillgodoräknas vid den skriftliga tentamen. Bonusmarkerade uppgifter löses och presenteras vid lektionen den 12 oktober.

1. Visa att den mest generella unifieraren av termerna $f(g(x_1, x_1), g(x_2, x_2), \ldots, g(x_n, x_n))$ och $f(x_2, x_3, \ldots, x_{n+1})$ har 2^n förekomster av variabeln x_1. (Detta visar att det för effektiv unifiering är nödvändigt att representera termer som grafer i någon form (t.ex. DAGs). Det finns en unifieringsalgoritm som går i linjär tid.[1])

2. (B) Låt $\varphi(x_1, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_n)$ vara en kvantorfri formel som ej innehåller funktionssymboler eller identitetsrelationen =. Visa att det är (algoritmiskt) avgörbart huruvida

$$\forall x_1 \cdots \forall x_m \exists y_1 \cdots \exists y_n \varphi(x_1, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_n)$$

   har ett bevis eller är falsifierbar.[2] (Jämför med övning 6.2.)

3. (B) Bestäm Skolems konjunktiva normalform för var och en av följande formler och därmed dess ekvivalenta klausulmängder. P och Q är predikatsymboler.

   (a) $\forall u\, [\forall x\, \neg \exists y\, P(x, y) \to \neg \forall x\, (\exists z\, P(x, y) \to \forall y\, P(u, y))]$.

   (b) $\forall x\, (\exists y\, P(x, y) \leftrightarrow \exists z\, Q(z, x))$.

   För att skriva om en kvantorfri formel till konjunktiv normalform kan det, för mer komplicerade fall, vara lämpligt att betrakta distinkta atomära formler som distinkta satsvariabler, och använda kända metoder från satslogiken.

4. (B) Härled med hjälp av resolution den tomma klausulen ($\Box$) från följande klausulmängd

$$S = \{Q(x) \vee P(f(x)) \vee P(v), R(g(y), y) \vee \neg P(y), \neg R(g(f(z)), u), \neg Q(c)\}.$$

   För vilka $n \geq 0$ gäller $\Box \in \mathrm{Res}^n(S)$? (Se notation i Das.)

———

[1] A. Martelli, U. Montanari: *An efficient unification algorithm.* ACM Transactions on Programming Languages and Systems 4(1982), 258 – 281.

[2] Detta bevisades av Thoralf Skolem 1919, innan fullständighetssatsen var formulerad.