UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Lars Lindqvist

ÖVNINGAR 2
Tillämpad Logik DV1, ht-00
2000-09-05

Övningsuppgifter i Tillämpad Logik DV1

Följande uppgifter berör i huvudsak det material som behandlas i Kapitel 6 och 7 i kompendiet "Konstruktiv logik".

1. Låt $I_0 = \{0,1,2\}, I_1 = \{0,3\}, I_2 = \emptyset, A_0 = \{0,1\}, A_1 = \{0\}, A_2 = \{1,2\}, A_3 = \emptyset$. Lista elementen i följande mängder:
   (a) $(\Sigma i \in I_0)A_i$
   (b) $(\Sigma i \in I_1)A_i$
   (c) $(\Sigma i \in I_2)A_i$
   (d) $(\Pi i \in I_0)A_i$
   (e) $(\Pi i \in I_1)A_i$
   (f) $(\Pi i \in I_2)A_i$
2. Uttryck följande mängder genom att använda disjunkt union eller kartesisk produkt över familjer av mängder:
   (a) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
   (b) $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$
3. Konstruera en mängd isomorf med $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ genom att använda kartesisk produkt över en familj av mängder samt mängden $\mathbb{N}_2$.
4. Konstruera en mängd isomorf med $\mathbb{N} + \mathbb{N}$ genom att använda disjunkt union över en familj av mängder samt mängden $\mathbb{N}_2$.
5. Tolka följande påståenden som en mängd så att mängden är tom omm påståendet är falskt. Konstruera först en lämplig familj $LT_{m,n}$ av mängder och använd sedan disjunkt union och/eller kartesisk produkt över familjer av mängder för att konstruera mängden.
   (a) $\exists n \in \mathbb{N}(0 < n)$
   (b) $\forall n \in \mathbb{N}(0 < n)$
   (c) $\forall m \in \mathbb{N} \exists n \in \mathbb{N}(m < n)$
   (d) $0 < 0 \wedge 0 < 1$
   (e) $0 < 0 \vee 0 < 1$
6. Antag vi har en beroende typ $L(x)$ så att $L(0) = \emptyset$ and $L(S(n)) = \mathbb{N}$. Går följande påståenden att bevisa i Martin-Löfs typteori? Isåfall gör detta. Vad säger dessa påståenden om de naturliga talen?

(a) $(\Sigma i : \mathbb{N})L(i)$

(b) $(\Pi i : \mathbb{N})L(i)$

(c) $(\Pi i : \mathbb{N})L(\mathsf{S}(i))$

7. Konstruera m.h.a. $L(x)$ en beroende typ $Odd(x)$ så att $Odd[\mathsf{n}/x] = \emptyset$ om n är jämt och $Odd[\mathsf{n}/x] = \mathbb{N}$ om n är udda. Uttryck sedan påståendet 'Det existerar ett udda naturligt tal' och bevisa detta.

8. Vad påstår typen $(\Pi m \in N)(Odd(m) + Odd(\mathsf{S}(m)))$? Bevisa detta.