

Facit till övningsuppgifter i Tillämpad Logik DV1

1.

$$\frac{}{\boxed{\ } : List(A)} \text{ (LI1)} \qquad \frac{a : A \quad l : List(A)}{\text{cons}(a, l) : List(A)} \text{ (LI2)}$$

$$\frac{\overline{a : A} \quad \overline{x : List(A)} \quad \overline{y : C[x/z]} \quad \vdots \quad \vdots}{t : List(A) \quad b : C[\boxed{\ }/z] \quad c : C[\text{cons}(a, x)/z]} \text{ (LE).}$$

$$\frac{}{\text{lrec}(t, b, \lambda a \rightarrow \lambda x \rightarrow \lambda y \rightarrow c) : C[t/z]}$$

$$\begin{aligned} \text{lrec}(\boxed{\ }, f, g) &= f \\ \text{lrec}(\text{cons}(a, l), f, g) &= g(a)(l)(\text{lrec}(l, f, g)) \end{aligned}$$

2.

$$\frac{}{\boxed{\ } : List(A, 0)} \text{ (LI1)} \qquad \frac{a : A \quad n : \mathbb{N} \quad l : List(A, n)}{\text{cons}(a, n, l) : List(A, S(n))} \text{ (LI2)}$$

$$\frac{\overline{a : A} \quad \overline{n : \mathbb{N}} \quad \overline{x : List(A, n)} \quad \overline{y : C[n/w, x/z]} \quad \vdots \quad \vdots}{m : \mathbb{N} \quad t : List(A, m) \quad b : C[0/w, \boxed{\ }/z] \quad c : C[S(n)/w, \text{cons}(a, n, x)/z]} \text{ (LE).}$$

$$\frac{}{\text{lrec}(t, b, \lambda a \rightarrow \lambda n \rightarrow \lambda x \rightarrow \lambda y \rightarrow c) : C[m/w, t/z]}$$

$$\begin{aligned} \text{lrec}(\boxed{\ }, f, g) &= f \\ \text{lrec}(\text{cons}(a, n, l), f, g) &= g(a)(n)(l)(\text{lrec}(l, f, g)) \end{aligned}$$

3.

$$\frac{}{\text{odd1} : Odd(S(0))} \text{ (OddI1)} \qquad \frac{n : \mathbb{N} \quad p : Odd(n)}{\text{oddss}(n, p) : Odd(S(S(n)))} \text{ (OddI2)}$$

$$\frac{\overline{n : \mathbb{N}} \quad \overline{x : Odd(n)} \quad \overline{y : C[n/w, x/z]} \quad \vdots \quad \vdots}{m : \mathbb{N} \quad p : Odd(m) \quad b : C[S(0)/w, \text{odd1}/z] \quad c : C[S(S(n))/w, \text{oddss}(n, x)/z]} \text{ (OddE).}$$

$$\frac{}{\text{orec}(m, p, b, \lambda n \rightarrow \lambda x \rightarrow \lambda y \rightarrow c) : C[m/w, p/z]}$$

$$\begin{aligned} \text{orec}(\text{odd1}, f, g) &= f \\ \text{orec}(\text{oddss}(m, p), f, g) &= g(m)(p)(\text{orec}(p, f, g)) \end{aligned}$$

4. $\lambda x \rightarrow \lambda y \rightarrow \text{odds}(x, y) : (\Pi n : \mathbb{N})(\Pi p : \text{Odd}(n))\text{Odd}(\text{S}(\text{S}(n)))$
