

MATEMATIKENS HISTORIA I

XANTCHA

Tentamen 26 maj 2014

Svar. Lösningarna på räkneuppgifterna bör förses med kortfattade motiveringar.

Betyg. Varje uppgift är värd 6 poäng. Betygen 3, 4 och 5 svarar *ungefärligen* mot 48, 64 respektive 80 poäng, med rimlig fördelning över tidsepokena, samt mellan faktafrågor och räkneuppgifter.

DEL 1: FORNTIDENS OCH ANTIKENS MATEMATIK (5 HP)

- (a) Skriv talet 15,096 med hjälp av kinesiska bambustavar, egyptiska hieroglyfer samt babylonisk kilskrift.
(b) Ett av dessa tre talsystem är *mångtydigt*. Vilket? Ge exempel på hur symboler i detta talsystem kan betyda flera olika tal.
- Använd Aryabhatas sinustabell i Tabell 1 för att finna den minsta vinkeln i en rätvinklig triangel med sidorna 3, 4 och 5.

$3^{\circ}45'$	225	$33^{\circ}45'$	191	$63^{\circ}45'$	106
$7^{\circ}30'$	224	$37^{\circ}30'$	183	$67^{\circ}30'$	93
$11^{\circ}15'$	222	$41^{\circ}15'$	174	$71^{\circ}15'$	79
$15^{\circ}00'$	219	$45^{\circ}00'$	164	$75^{\circ}00'$	65
$18^{\circ}45'$	215	$48^{\circ}45'$	154	$78^{\circ}45'$	51
$22^{\circ}30'$	210	$52^{\circ}30'$	143	$82^{\circ}30'$	37
$26^{\circ}15'$	205	$56^{\circ}15'$	131	$86^{\circ}15'$	22
$30^{\circ}00'$	199	$60^{\circ}00'$	119	$90^{\circ}00'$	7

TABELL 1: Aryabhatas sinustabell för radien 3438.

3. Visa, hur man utför multiplikationen $29 \cdot 24$ medelst den egyptiska fördubblingsmetoden.
4. (a) Vad menas med triangulära och kvadratiske tal? Ge formler för det n :te triangulära talet T_n och det n :te kvadratiske talet K_n . I vilken känd antik bok står teorin för polygonaltal beskriven?
(b) Visa geometriskt identiteten

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = K_n.$$

5. Berätta om babyloniernas kunskap om kvadratrötter och andragradsekvationer. (Cirka en halv sida.)
6. Berätta om egyptisk geometri. (Cirka en halv sida.)
7. Berätta om den kinesiska aritmetiken med bambustavar. (Cirka en halv sida.)
8. Två fundamentala kriser drabbade den grekiska matematiken, nämligen Zenons paradoxer om oändligheten och upptäckten av inkommensurabiliteten. Berätta om dessa. När inträffade de? Vilka konsekvenser kom de att få? Hur avspeglas dessa i Euklides' *Elementa*? (Cirka en sida.)

DEL 2: MEDELTIDENS OCH MODERNA TIDENS MATEMATIK (5 HP)

9. (a) Beskriv kort *regula de tri* och illustrera metoden med ett exempel.
(b) Kurvan $x^2 + y^2 = 1$ betyder en cirkel. Visa, hur Newton fann relationen mellan fluxionerna av x och y . Tolka resultatet i moderna termer.
10. Skissera kurvan $y^2 = 6x$. Vad heter den? Hur kan den beskrivas rent geometriskt (det vill säga utan koordinater)? Förklara begreppen *vertex*, *focus*, *latus rectum*, *directrix* och *axis* med hjälp av figuren samt ange koordinaterna för dessa.
11. Beskriv och lös *ett* av de två berömda problem, som de Méré framställde till Pascal.
12. (a) Utför multiplikationen $139 \cdot 256$ med jalusimetoden.
(b) Visa, hur man kontrollerar resultatet med hjälp av nioregeln.
13. (a) Berätta om Fibonacci. Var och när levde han? Vilket är hans mest kända arbete och vad innehåller det?

(b) Berätta om Al-Khwarizmi och/eller Khayyam. Var och när levde de? Vilka bidrag gav de till matematiken?

(Cirka en halv sida.)

14. Berätta om den analytiska geometriens framväxt. Vari bestod dess förtjänster? Vilka matematiker drev denna utveckling? När skedde detta? (Cirka en halv sida.)
15. Berätta om cykloiden. Ange dess ekvation och viktigaste egenskaper. Nämn några namnkunniga matematiker, som studerat denna. (Cirka en halv sida.)
16. Under början av 1700-talet skakades det lärda Europa av en hätsk prioritetsstrid rörande en av de viktigaste matematiska upptäckterna, som någonsin gjorts. Berätta om denna debatt. Vilka var inblandade? Vad gällde frågan? Vilka argument fanns för och emot vardera parten i målet? Vad är vetenskapens uppfattning om saken i dag? (Cirka en sida.)