UPPSALA UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
R.Rubinsztein

Flervariabelanalys F1,
KandMa1, KandFy1,
Gylärare
Vårterminen 2011

Inlämningsuppgift nr 1

Inlämnas senast torsdagen den 17 februari 2011, kl.18.00
i respektive grupplärares postfack.

1. Låt C vara kurvan $\mathbf{r}(t) = t^2\,\mathbf{i} + \frac{4}{3}\,t^{3/2}\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k},\ (\,0 \le t \le 1\,)$.

(a) Bestäm kurvans båglängd $s(t)$ från punkten $\mathbf{r}(0)$ till punkten $\mathbf{r}(t)$.

(b) Finn kurvans båglängdsparametrisering.

2. I vilka punkter $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ är funktionen f kontinuerlig, resp. differentierbar, om $f(0, 0, 0) = 0$ och

$$f(x, y, z) = \frac{xy(1 - \cos(z)) - z^3}{x^2 + y^2 + z^2} \quad , \qquad (x, y, z) \neq (0, 0, 0)\,.$$

3. Avgör om ytorna $x^3 + 6xy^2 + 2z^3 = 48$ och $xyz = 4\sqrt{2}$ tangerar varandra och, om så är fallet, finn tangeringspunkterna. (**Obs:** två ytor tangerar varandra i en punkt som tillhör båda ytorna om ytornas tangentplan i punkten är identiska.)

4. (a) Transformera differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - y^2\,\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - y\,\frac{\partial f}{\partial y} = 4y^4$$

genom att införa nya variabler $u = ye^x$ och $v = ye^{-x}$ i området $y > 0$.

(b) Bestäm alla lösningar av klass C^2 till differentialekvationen i detta område. (Lösningarna skall uttryckas som funktioner av variablerna x och y.)