

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare, *Formel- och tabellsamling för grundkursen Sannolikhet och Statistik*, Höstterminen 2009.

Rimliga motiverade approximationer är tillåtna. Eventuella antaganden ska motiveras.

För att erhålla betygen 3, 4 och 5 krävs normalt 18 poäng, 25 poäng respektive 32 poäng.

- Händelserna A och B inträffar med sannolikheterna 0.2 respektive 0.3. Sannolikheten att ingen av dem inträffar är 0.65.
 - Hur stor är sannolikheten att båda händelserna inträffar?
 - Hur stor är sannolikheten att exakt en av händelserna inträffar?
 - Är händelserna oberoende?
- Enligt en bok, Springer & Deutsch: *Vänster hjärna, höger hjärna*, har 95 % av alla högerhänta personer sitt språkcentrum i vänster hjärnhalva, medan 70 % av de vänsterhänta har sitt språkcentrum i vänster hjärnhalva. Vidare gäller att 10 % av alla personer är vänsterhänta. Utifrån dessa uppgifter, beräkna sannolikheten att
 - en slumpmässigt vald person har sitt språkcentrum i vänster hjärnhalva,
 - en slumpmässigt vald person med sitt språkcentrum i vänster hjärnhalva är vänsterhänt.
- Sexton vårystra studenter har bestämt sig för att undersöka om de kan åka samtidigt i en av hissarna på Ångström. Hissen går sönder vid en belastning som är normalfördelad med väntevärde 1200 och standardavvikelse 20 (kg). Studenternas vikter är normalfördelade med väntevärde 70 och standardavvikelse 10 (kg), och alla ingående slumpvariabler är oberoende.

Bestäm sannolikheten att hissen går sönder.
- Ett bostadsområde om 1000 hushåll planeras. Sannolikheterna för att en familj har inget, ett resp. två barn i förskoleåldern som behöver daghemsplats antas vara 0.3, 0.5 resp. 0.2.
 - Beräkna väntevärde och varians för antalet barn i en slumpmässigt vald familj.
 - Beräkna (approximativt) sannolikheten att 1000 daghemsplatser räcker för att täcka behovet.
 - Hur många daghemsplatser skall planeras om de skall täcka behovet med minst 95 % sannolikhet?
- Vid ett fysikaliskt försök rörande strålningen från ett radioaktivt preparat använde man sig av en partikelräknare som placerades på tre olika avstånd från preparatet. På varje avstånd var räknaren påslagen 1 tidsenhet och man registrerade x_1 , x_2 och x_3 partiklar vilka kan anses vara oberoende observationer från $Po(4\lambda)$, $Po(6\lambda)$ respektive $Po(8\lambda)$.

För att skatta λ väljer man mellan två skattningar: $\lambda_1^* = C_1 \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$ och $\lambda_2^* = C_2 \cdot \left(\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{6} + \frac{x_3}{8}\right)$, där konstanterna C_1 och C_2 väljs så att skattningarna blir väntevärdesriktiga.

 - Bestäm konstanterna C_1 och C_2 .
 - Beräkna skattningarnas varianser. Vilken av skattningarna är effektivast?

6. För att jämföra två precisionsvägar vägdes 8 diamanter på båda vågarna med följande resultat (vikter i gram):

Diamant	Våg 1	Våg 2
1	11.23	11.37
2	14.36	14.51
3	8.33	8.45
4	10.50	10.62
5	23.41	23.51
6	9.15	9.27
7	13.47	13.62
8	6.47	6.56

- (a) Föreslå en lämplig modell för försöket.
- (b) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för den (eventuella) systematiska skillnaden mellan vågarna.
7. Intervallet (0.459 ± 0.062) är ett (approximativt) 95 % konfidensintervall för sannolikheten att ett vattenprov blir godkänt beräknat på antalet godkända vattenprover bland 246 slumpmässigt utvalda vattenprover i Laholmsbukten. Man fortsatte mätserien och fann att vid mätning av ytterligare 136 vattenprov blev 74 godkända.
- (a) Hur många godkända prover erhöles i det första försöket?
- (b) Utnyttja samtliga mätningar för att göra ett (approximativt) 95 % konfidensintervall för sannolikheten att ett vattenprov blir godkänt.
8. Nedan anges uppmätta värden på marktemperaturen (i °C) på olika markdjup (i meter) i ett vulkanologiskt intressant område.

Markdjup (x)	10	52	110	153	200	245	312	357	451	598
Temperatur (y)	26.2	27.1	28.6	29.9	31.4	32.6	34.1	35.1	37.5	40.2

Det förutsätts råda ett linjärt samband mellan y och x så när som på slumpmässiga fel i y -värdena. Felen är oberoende och normalfördelade med samma (okända) standardavvikelse.

- (a) Formulera en lämplig modell för försöket.
- (b) Skatta det linjära sambandet.
- (c) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för temperaturen på 400 meters djup.