

Maxpoäng 40, 5 poäng per uppgift. För betygen 3,4 resp. 5 krävs 18, 25 resp. 32 poäng. Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling med tabeller samt miniräknare. Glöm inte att komplettera uträkningar med förklarande text (inkl. resonemang och motiveringar).

1. För ett visst graviditetstest är sannolikheten 90% att indikationen "gravid" avges då en gravid person utför testet. Sannolikheten är 98% att indikationen "icke-gravid" avges då en icke-gravid person utför testet. En person testar sig vid ett tillfälle då sannolikheten att hon blivit gravid är 7%.

- (a) Vid positivt testutslag, hur stor är då sannolikheten att hon är gravid?
- (b) Vid negativt testutslag, hur stor är då sannolikheten att hon inte är gravid?

2. I ett TV-lekprogram ställs en deltagare framför fyra dörrar numrerade 1–4. Bakom en av dessa finns en ny bil, men bakom övriga finns nitlotter. När deltagaren bestämt sig för vilken dörr han/hon vill öppna så öppnar först programledaren två av de kvarvarande nitlotsdörrarna och frågar därefter om deltagaren kvarstår vid sitt ursprungliga val, eller väljer att byta till den andra öppnade dörren. Slutligen öppnas den slutgiltigt valda dörren, varvid det framgår huruvida det blev vinst för deltagaren eller inte.

Betrakta ovanstående som ett slumpförsök där endast turen avgör om det första valet leder till rätt dörr eller inte.

- (a) Strategi 1: deltagaren byter inte dörr. Vilken är vinstsannolikheten?
- (b) Strategi 2: deltagaren byter dörr. Vilken är vinstsannolikheten?

3. För en exponentialfördelning med intensitet 1 gäller att såväl väntevärde som standardavvikelse är lika med 1. Antag att ett slumptal X genereras från denna fördelning. Bestäm sannolikheten

- (a) Att X är mer än två standardavvikelser mindre än väntevärdet.
- (b) Att X är mer än två standardavvikelser större än väntevärdet.

4. Ett stickprov om 20 observationer tas från en fördelning med väntevärde 70 och standardavvikelse 5. Låt $\bar{X}$ beteckna slumpvariabeln som motsvarar medelvärdet av dessa 20 observationer.

Ange en rimlig uppskattning av det värde x som $\bar{X}$ understiger med 90% sannolikhet.

5. En journalist som besöker en bananplantage i mellanamerika är av uppfattningen att bekämpningsmedlen som används har kraftig negativ inverkan på de manliga arbetarnas fertilitet. Man funderar på att starta en juridisk process gentemot företaget som äger plantagen och behöver därför kunna redovisa fakta. Pondera att cirka 20% av arbetarna är infertila.

- (a) Om ett stickprov om 50 personer testas på plantagen och resultatet redovisas i form av ett 95% konfidensintervall för p = andelen infertila arbetare, vilka intervallgränser kan man då förvänta sig? Antag här att stickprovsandelen blir exakt 20%.
- (b) Om istället 100 personer testas, vilka intervallgränser kan man då förvänta sig? Antag återigen att stickprovsandelen blir exakt 20%.

6. I en tidning läser man att det borgerliga blocket minskat från 47% till 45% väljarsympatisörer mellan två opinionsundersökningar. Vid vart och ett av dessa två tillfällen tillfrågades 2 000 slumpmässigt valda röstberättigade.

(a) Är förändringen statistiskt säkerställd (felrisk 5%)? Avgör genom att ange en lämplig slumpmodell och exempelvis beräkna ett 95% konfidensintervall.

I samma opinionsundersökningar ökade miljöpartiet från 7% till 10%.

(b) Är förändringen statistiskt säkerhetsställd? Avgör på samma sätt som i (a).

7. En biolog som jobbar på ett företag inom skogsindustrin har i uppdrag att jämföra granskogens förutsättningar i mellersta Sveriges kustområden respektive inland. Som ett led i detta inspekteras nyplanteringar med ettårig granskog. På varje plats mäter hon höjden av ett representativt urval av plantor och registrerar i första hand medelvärde av dessa. Totalt besöks 12 platser i inlandet och 12 platser längs kusten. Följande värden registreras (enhet: cm):

Inland:	71.2	70.0	89.3	75.0	77.5	82.2	73.7	76.2	78.3	75.5	78.3	73.7
Kust:	66.3	69.9	79.8	62.7	75.6	67.9	71.9	73.8	65.6	60.9	68.4	74.1

(a) Vad kan man därigenom säga om höjden av ettårig granskog i mellersta Sveriges kust- respektive inland? Bilda 95% konfidensintervall för medelvärdet i respektive population.

(b) Är ettåriga granplantor i inlandet i genomsnitt längre än deras motsvarighet i kustområden? Avgör (med felrisk 5%) om mätningarna bekräftar hypotesen.

8. Medelåldern för förstföderskor, dvs. kvinnor som just fött sitt första barn, har i Sverige stigit under 1900-talet. Nedan redovisas värden vid tidpunkter 1–7 som motsvarar åren 1975, 1980, 1985, 1990, 1995, 2000 respektive 2005.

Tidpunkt:	1	2	3	4	5	6	7
Medelålder:	24.5	25.5	26.1	26.2	27.4	28.2	29.0

(a) Anpassa en regressionsmodell till dessa värden. Skatta linjens lutning och intercept och beräkna förklaringsgraden.

(b) Tolka dina svar i (a) genom att besvara följande frågor: Hur mycket stiger medelåldern i genomsnitt per år under åren 1975–2005? Om trenden fortsätter oförändrad, vilken är då medelåldern år 2025?