

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare, *Formel- och tabellsamling för grundkursen Sannolikhet och Statistik*, Höstterminen 2009.

Rimliga motiverade approximationer är tillåtna. Eventuella antaganden ska motiveras.

För att erhålla betygen 3, 4 och 5 krävs normalt 18 poäng, 25 poäng respektive 32 poäng.

1. Vardera sidan av ett mynt målas, oberoende av den andra, blå med sannolikhet 0.6 och röd med sannolikhet 0.4.
 - (a) Vad är sannolikheten att myntet får en blå och en röd sida?
 - (b) Om man singlar slant tre gånger med det målade myntet, vad blir sannolikheten att myntet alla tre gångerna kommer upp med blå sida?
 - (c) Om myntet, vid tre slantsinglingar, alla tre gångerna kommer upp med blå sida, vad är sannolikheten att myntets båda sidor är blå?
2. Man behöver bestämma den sammanlagda vikten för 20 äpplen, vars vikter kan anses vara oberoende och normalfördelade med väntevärde 100 gram och standardavvikelse 10 gram. Till sitt förfogande har man en våg som bara kan väga ett äpple i taget. I stället för att väga alla 20 äpplena och addera vikterna tänker man i stället uppskatta den sammanlagda vikten genom att välja ut ett äpple slumpmässigt, väga det och multiplicera dess vikt med 20.
Beräkna sannolikheten att den uppskattade vikten avviker från den korrekta med minst 100 gram. (Eventuella mätfel vid vägningarna kan försummas.)
3. En statistiklärare, S, håller en kurs med två parallella grupper, A och B. S uppskattar att antalet frågor under en lektion är Poisson-fördelat med väntevärde 2.75 i A-gruppen och 3.5 i B-gruppen. Antal frågor under olika lektioner betraktas som oberoende. Om kursen består av 16 lektioner per grupp, vad är sannolikheten att A-gruppen ställer fler frågor totalt än B-gruppen?
4. Slantsingling är ju som bekant ett vanligt sätt att låta slumpen avgöra när man har två alternativ att välja mellan. Det är litet värre om man har tre alternativ. (Det är ont om tresidiga mynt!) Antag att A , B och C skall avgöra vem som skall få välja tårtbit först med hjälp av slantsingling.
 C som inte har någon krona på sig föreslår följande procedur: A och B singlar slant samtidigt med var sitt mynt tills någon av dem får *krona*.
 A vinner om han får krona före B och B vinner om han får krona före A . Om de får krona samtidigt vinner C .
 - (a) Är detta en rättvis procedur? (Beräkna deltagarnas vinstchanser.)
 - (b) Hur många slantsinglingsomgångar krävs det i genomsnitt innan man har fått fram en vinnare?
5. En idrottsteoretiker bestämmer sig för att undersöka vilket av innebandy eller ishockey som är mest konditionskrävande, eller om det inte finns någon direkt skillnad. Han utgår från de lokala elitlagen i respektive sport och låter dem genomgå syreupptagningstest på konditionscykel. Det visar sig att 15 innebandyspelare och 23 hockeyspelare hade möjlighet att ställa upp på försöket. Följande värden erhålls (enhet: mililiter syre per kilogram och minut):

Var god vänd!

Innebandy:	63.8	70.8	68.1	67.1	74.9	75.1	68.9	67.3	78.5	76.9	70.1	71.2
	71.0	65.8	60.3									
Hockey:	66.3	71.1	79.6	78.1	69.8	74.7	66.5	75.3	75.6	71.6	74.5	89.6
	73.7	70.7	70.9	69.7	76.1	75.0	72.1	72.7	75.3	64.3	80.0	

Vilken slutsats drar teoretikern av mätningarna? Motivera ditt svar genom att beräkna ett 95% konfidensintervall (utifrån en för sammanhanget lämplig statistisk analys).

6. Hockeytränaren för laget ovan blir inspirerad till att försätta med konditionstester. Han hade för övrigt tänkt satsa hårt på konditionsträning under sommaruppehållet, med ett delvis nytt träningsupplägg. I början av sommaren samt strax innan höstens säsongsupptakt konditionstestas därför spelarna i truppen. Följande data erhöles (siffrorna 1–13 relaterar till ett urval om 13 spelare):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Före	73.3	72.2	69.5	70.4	75.7	79.6	69.2	73.3	71.8	79.0	72.4	81.1	73.2
Efter	73.4	75.3	71.4	72.0	78.1	83.4	73.4	74.8	74.6	82.9	76.9	83.9	75.5

Beräkna den genomsnittliga förändringen i syreupptagningsförmåga ovan (Efter–Före). Tolka detta värde som ett mått på θ = den förväntade ökningen en ishockeyspelare uppnår genom tränarens träningsupplägg. Med vilken precision har vi kännedom om parametern θ ? Beräkna ett 95% konfidensintervall för θ . Beskriv även intervallets innebörd med en eller ett par meningar.

7. En källa hävdar att smittorisken i medeltal är cirka 0.6 % för *Borrelia*-bakterie i samband med ett fästingbett i Sverige. Låt oss tolka detta som att uppskattningsvis 0.6 % av de svenska fästingarna i bebyggda områden bär på smittan.

En grupp biologer planerar att under några veckors tid samla in fästingar i Göteborgs-regionen. Man avser att bestämma andelen bakteriebärare bland de insamlade fästingarna. Antag hypotetiskt att andelen bakteriebärare är 2 % sett över hela undersökningsområdet vid detta tillfälle. Biologernas urval kommer att omfatta ungefär 1000 fästingar.

(a) Vilken standardavvikelse har urvals-andelen under dessa antaganden?

(b) Ange rimliga felmarginaler för urvals-andelen baserat på svaret i (a).

8. Två vanligt förekommande luftföroreningar är kvävedioxid och svaveldioxid. Nedan anges halter (enhet: mikrogram per kubikmeter luft) av respektive gas uppmätta på olika platser vid tio olika tillfällen. Mätvärdena är sorterade med kvävedioxid-halter i stigande ordning i övre raden och mostvarande svaveldioxid-halt i den undre raden. En preliminär gissning är att föroreningarna följs åt enligt ett linjärt samband.

Kväve	6	46	49	50	67	68	70	87	140	163
Svavel	139	165	170	174	193	198	218	224	228	260

(a) Anpassa lutnings- och skärnings-koefficient i en regressionsmodell, med svaveldioxid som förklarad variabel och kvävedioxid som förklarande variabel.

(b) Beräkna föregående modells förklaringsgrad.

(c) Kommentera resultaten i (a) och (b).