

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare, *Formel- och tabellsamling för grundkursen Sannolikhet och Statistik*, Höstterminen 2010.

Rimliga motiverade approximationer är tillåtna. Eventuella antaganden ska motiveras.

För att erhålla betygen 3, 4 och 5 krävs normalt 18 poäng, 25 poäng respektive 32 poäng inklusive eventuella bonuspoäng.

1. Ett teknikföretag tillverkar avancerade mätinstrument för laboratoriebruk. Tyvärr fungerar inte instrumenten helt felfritt; 10 % av instrumenten krånglar under det första årets användning. För att förbättra kvalitén finjusteras 80 % av instrumenten så att sannolikheten att de krånglar under det första året sänks till 5 %. Vid leverans av instrument väljs dessa slumpmässigt bland samtliga tillverkade.

- (a) En avdelning på Ångströmlaboratoriet köper ett sådant instrument. Vad är sannolikheten att det krånglar under det första året? (2)

- (b) Olyckligtvis krånglar det inköpta instrumentet redan efter några månader. Hur stor är sannolikheten att det var ett av de finjusterade som levererats? (3)

2. Vid modellering av en kontinuerlig slumpvariabel har man, med hjälp av observerade data, kommit fram till att täthetsfunktionen bör vara av typen

$$f(x) = A \cdot x + B \quad \text{för } 0 \leq x \leq 1.$$

Man har vidare noterat att två tredjedelar av observationerna är minst 0.5.

- (a) Bestäm konstanterna A och B . (2)

- (b) Beräkna väntevärde och varians för slumpvariabeln. (3)

3. Ett företag producerar elektroniska reläer. Deras responstider är normalfördelade med väntevärde 8 ms och standardavvikelse 0.5 ms. Om responstiden för ett relä överstiger 9 ms anses det som för trögt och skrotas. Olika reläers responstider är oberoende av varandra.

- (a) Hur stor är sannolikheten att ett slumpmässigt valt relä skrotas? (1)

- (b) Hur stor är sannolikheten att responstiden hos ett slumpmässigt valt relä ligger mellan 7.5 och 8.5 ms? (1)

- (c) Företaget vill reducera andelen för tröga reläer till maximalt 1 % genom att förbättra precisionen i tillverkningsprocessen. Till vilket värde måste standardavvikelsen reduceras (med oförändrat väntevärde) för att uppnå detta mål? (3)

4. Antag att företaget i föregående uppgift lyckas reducera andelen reläer som skrotas till exakt 1 %, och att, som tidigare, olika reläers responstider är oberoende av varandra.

- (a) En månad plockas 50 reläer ut för kontroll och produktionsprocessen avbryts för justering om det finns mer än två tröga reläer bland dessa. Hur stor är sannolikheten att processen måste justeras? (2)

- (b) 2000 reläer tillverkas. Beräkna sannolikheten att minst 25 av dessa är tröga. (3)

Var god vänd!

5. Två företag (A och B) påstår båda att de har reläer med kortaste responstid. För att avgöra vilket av företagen som har rätt testas responstiden hos 30 slumpmässigt valda reläer från A och 40 slumpmässigt valda reläer från B . Man fick följande resultat (medelvärden och standardavvikelser):

$$\bar{x}_A = 8.2, \quad s_A = 1.1, \quad \bar{x}_B = 7.8, \quad s_B = 1.3.$$

Beräkna ett 95 % konfidensintervall för skillnaden mellan väntevärdena för de två reläfabrikatens responstider.

Kan man på grund av dessa data påstå att det finns en signifikant skillnad i förväntad responstid mellan företagens reläer? (5)

6. I en kommun (med cirka 100 000 innevånare) bedrev kommunstyrelsen en kampanj för att minska andelen arbetstagare som kör bil till jobbet. För att avgöra om kampanjen haft effekt gjordes en undersökning före kampanjen, där 42 av 100 tillfrågade körde bil till jobbet, och en undersökning efter kampanjen, där 56 av 200 körde bil till jobbet. Beräkna ett 95 % konfidensintervall för skillnaden mellan proportionerna bilåkare före och efter kampanjen. Kan man säga att kampanjen lyckats? (5)

7. För att visa att en miljövänlig livsstil också har hälsosamma effekter mättes kroppsvikten på sex frivilliga som var lätt överviktiga innan de bytte bil mot cykel. Följande tabell visar deras kroppsvikt före och ett år efter bytet:

Person	1	2	3	4	5	6
Före	77.3	82.7	90.1	78.1	84.3	78.2
Efter	76.1	80.2	84.3	78.7	81.5	75.0

Kroppsvikterna kan anses vara normalfördelade.

- (a) Formulera en lämplig modell för försöket. (1)

- (b) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för den förväntade viktreduktionen. Lönar det sig (ur viktsynpunkt) att cykla? (4)

8. För att avgöra hur kolhalten påverkar hållfastheten hos armeringsjärn tillverkar man 10 järn med varierande järnhalter (x) och mäter sträckgränsen (y) för dessa.

Modell: y beror linjärt av x så när som på oberoende, slumpmässiga och normalfördelade experimentfel med lika varians.

Resultat:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 3.5, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1.234, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 497.5, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 24761.07, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 174.428.$$

- (a) Skatta regressionslinjen. (2)

- (b) Beräkna modellens förklaringsgrad. (1)

- (c) Beräkna ett 95% konfidensintervall för den teoretiska regressionslinjens lutningskoefficient. (2)