

Inlämningsuppgift 3: Inferens

Senaste inlämningsdag: 12 oktober.

Det är tillåtet att lämna in lösningarna i grupper om två personer.

*Glöm inte skriva **namn och grupptillhörighet** på lösningarna!*

Varje uppgift ger högst 5 poäng, dvs. maxpoängen är 20.

1. Två forskare, A och B , har oberoende av varandra genom stickprovsundersökningar skattat andelen färgblinda, p , i en stor population av män. A har valt ut 1000 personer och funnit 77 färgblinda, medan B har valt ut 2000 personer och funnit 124 färgblinda. Kalla deras skattningar av p för p_A^* respektive p_B^* .

(a) Bestäm de numeriska värdena på p_A^* och p_B^* . (1)

(b) När de blir medvetna om varandras undersökningar slår de ihop resultaten till en gemensam skattning $p_G^* = (p_A^* + p_B^*)/2$. Bestäm väntevärde och varians för p_G^* . (1)

(c) Skattningen i (b) är inte optimal. Bestäm konstanter a och b så att skattningen $p_O^* = a \cdot p_A^* + b \cdot p_B^*$ blir väntevärdesriktig och får minimal varians (bland alla väntevärdesriktiga skattningar av denna typ). (3)

2. I ett laboratorium används två precisionsvågar, A och B , vilka är kalibrerade så att de väger i genomsnitt lika. Vågningarna är förenade med (mindre) slumpmässiga normalfördelade mätfel. Vid ett tillfälle råkar våg B bli kraftigt tillstött, och man befarar att dess inställningar kan ha rubbats. För att undersöka saken vägs sex olika föremål på var och en av vågarna med nedanstående resultat (i gram).

Föremål nr	1	2	3	4	5	6
Vikt på våg A	4.68	6.71	3.86	5.09	6.98	2.37
Vikt på våg B	4.82	6.91	4.05	5.20	7.23	2.58

Beräkna ett 95 % konfidensintervall för hur mycket vågarna eventuellt förskjutits i förhållande till varandra. (5)

Var god vänd!

3. En viss typ av partikelemissioner inträffar slumpmässigt i tiden med okänd konstant intensitet λ (emissioner per sekund). Detta betyder att under ett tidsintervall av längd t kommer antalet emissioner att vara Poisson-fördelat med väntevärde $\lambda \cdot t$. Den tillgängliga mätapparaten är sådan att den inte registrerar hur många emissioner som inträffat utan bara kan registrera huruvida *någon* eller *ingen* emission inträffat under mätperioden och mätapparaten måste, med en ganska tidsödande procedur, återställas efter varje mätperiod då emissioner registrerats. Vid 100 tillfällen har man utfört mätningar och använt tidsintervallet 1 sekund. Vid 76 av dessa noterades *ingen* emission.

(a) Beräkna en punktskattning av λ . (2)

(b) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för λ . (3)

4. Kalle behöver summera 1000 tal, med den okända summan S . Talen är angivna med flera decimaler, så för att göra det enkelt för sig nöjer sig Kalle med att summera heltalsdelarna av talen och får summan av dessa till 987 231.

Han inser att han därmed underskattat den verkliga summan S . För att uppskatta storleken av felet antar han att decimaldelarna av talen kan anses vara oberoende och likformigt fördelade över intervallet $(0, 1)$.

Hjälp honom att beräkna ett (approximativt) 95 % konfidensintervall för S . (5)