

**FÖRBEREDE KURS I MATEMATIK / SOMMAREN 2005
GENOMGÅNG / 050706**

Idag avslutades kapitlet om integraler med att prata om rotationsvolymer. Två metoder kunde användas, nämligen ”skivmetoden” och ”skalmetoden”. Om ett plant område roteras kring y-axeln då är det ofta lättare att använda ”skalmetoden”. Titta gärna på sidorna 88 – 93 avsnitt 2.4 i boken E för mer detaljer.

EX : Ett område begränsas av kurvan $y = 2 - x$ samt koordinataxlarna.

Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då detta område roterar kring:

- a) x - axeln b) y - axeln

LÖSNING

a) skivmetoden:

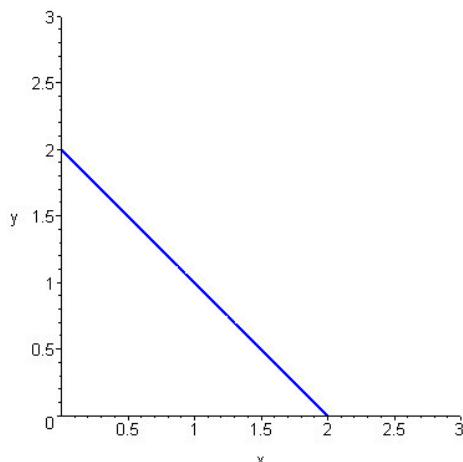
$$\begin{aligned} V_x &= \pi \int_0^2 (2 - x)^2 dx = \\ &= -\frac{\pi}{3} ((2 - x)^3)_0^2 = \frac{8\pi}{3} \text{ v.e.} \end{aligned}$$

b) skivmetoden:

$$\begin{aligned} V_y &= \pi \int_0^2 (2 - y)^2 dy = \\ &= -\frac{\pi}{3} ((2 - y)^3)_0^2 = \frac{8\pi}{3} \text{ v.e.} \end{aligned}$$

skalmetoden:

$$\begin{aligned} V_y &= 2\pi \int_0^2 x(2 - x) dx = \\ &= 2\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx = \\ &= 2\pi \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right)_0^2 = \frac{8\pi}{3} \text{ v.e.} \end{aligned}$$



**FÖRBEREDEND KURS I MATEMATIK / SOMMAREN 2005
GENOMGÅNG / 050706**

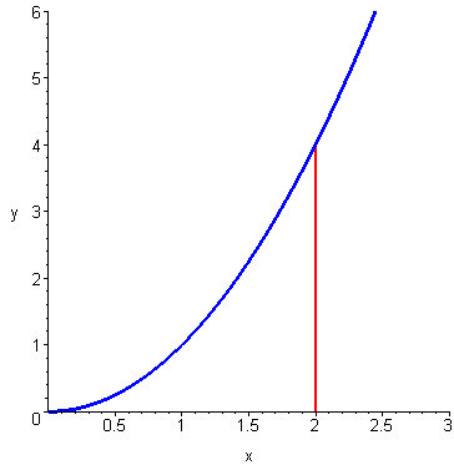
EX : Ett område begränsas av kurvan $y = x^2$, x -axeln samt linjen $x = 2$. Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då detta område roterar kring :

a) x -axeln b) y -axeln

LÖSNING

a) skivmetoden

$$\begin{aligned} V_x &= \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx = \\ &= \frac{\pi}{5} (x^5)_0^2 = \frac{32\pi}{5} \text{ v.e.} \end{aligned}$$



b) skalmetoden

$$\begin{aligned} V_y &= 2\pi \int_0^2 x \cdot x^2 dx = 2\pi \int_0^2 x^3 dx = \\ &= \frac{\pi}{2} (x^4)_0^2 = 8\pi \text{ v.e.} \end{aligned}$$

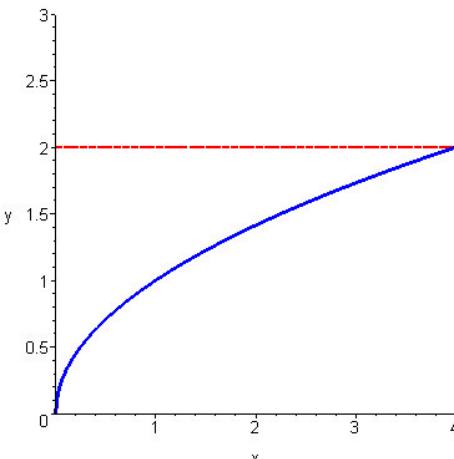
EX : Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området som begränsas av kurvan $y = \sqrt{x}$, Linjen $y = 2$ samt y -axeln roteras kring :

a) x -axeln b) y -axeln

LÖSNING

a) skivmetoden

$$\begin{aligned} V_y &= \pi \int_0^2 (y^2)^2 dy = \pi \int_0^2 y^4 dy = \\ &= \frac{\pi}{5} (y^5)_0^2 = \frac{32\pi}{5} \text{ v.e.} \end{aligned}$$



b) skalmetoden

$$\begin{aligned} V_x &= 2\pi \int_0^2 y \cdot y^2 dy = 2\pi \int_0^2 y^3 dy = \\ &= \frac{\pi}{2} (y^4)_0^2 = 8\pi \text{ v.e.} \end{aligned}$$